Karlsruhe Institute of Technology

Robotik I: Einführung in die Robotik
Übung 6: Greifplanung

Fabian Paus, Tamim Asfour
Institut für Anthropomatik und Robotik

KIT-Fakultät für Informatik, Institut für Anthropomatik und Robotik (IAR)
Hochperformante Humanoide Technologien (H^2T)

Hinweis: Letzte Vorlesung im Jahr fällt aus

- Die Vorlesung am

  Donnerstag, den 21.12.2017

  fällt aus.

- Die erste Vorlesung im neuen Jahr findet am

  Montag, den 08.01.2018

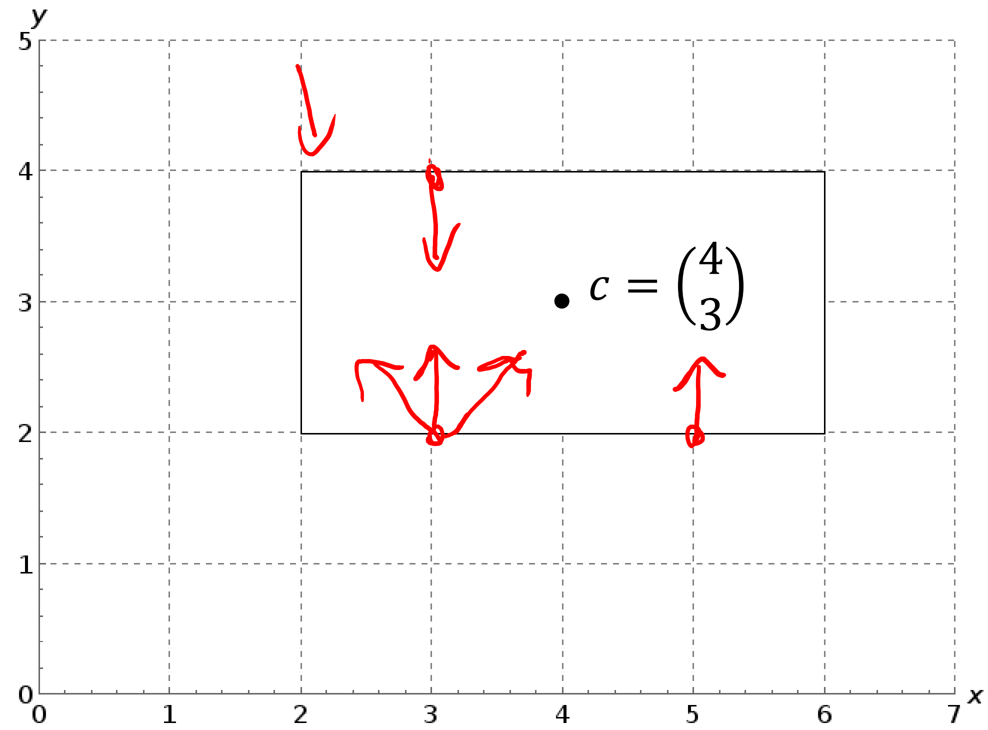
  statt.

Greifplanung - Aufgaben

- Reibungsdreiecke
- Grasp Wrench Space
- Kraftgeschlossenheit
- Mediale Achsen

Aufgabe 1: Reibungsdreiecke

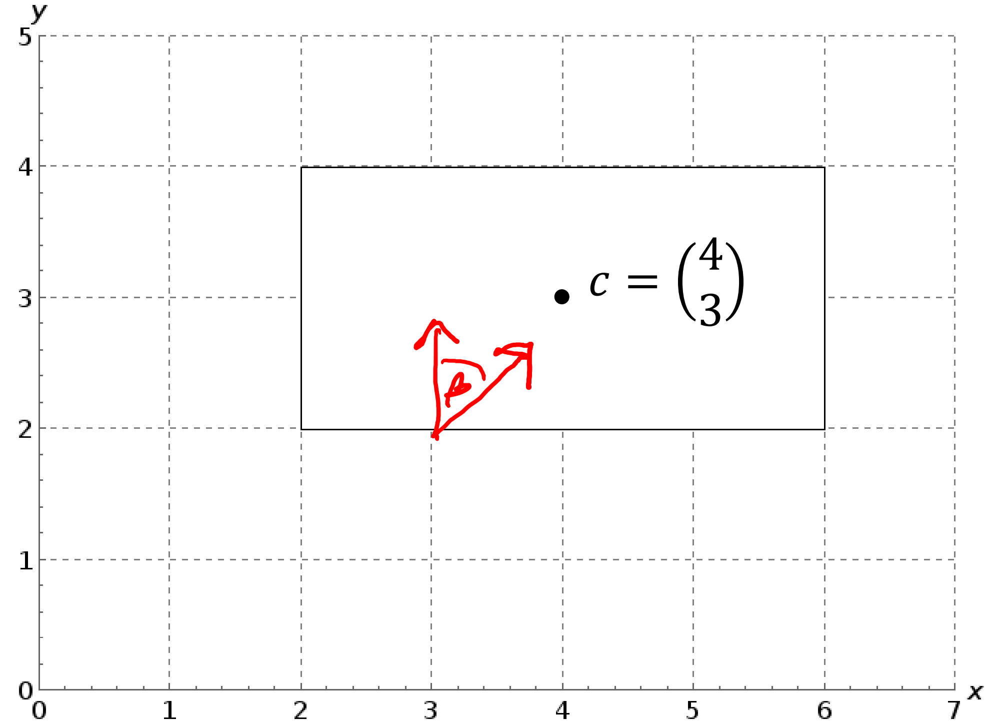
- Zweidimensionales Objekt mit Schwerpunkt c
- Punktkontakte mit Reibung
- Kontaktkräfte werden durch Reibungsdreiecke dargestellt



1. Öffnungswinkel β eines Reibungsdreiecks für $\mu = 1$
2. Kraftvektoren und Reibungs-dreiecke zeichnen
3. Bestimmung der Kraftvektoren am Rand der Reibungsdreiecke

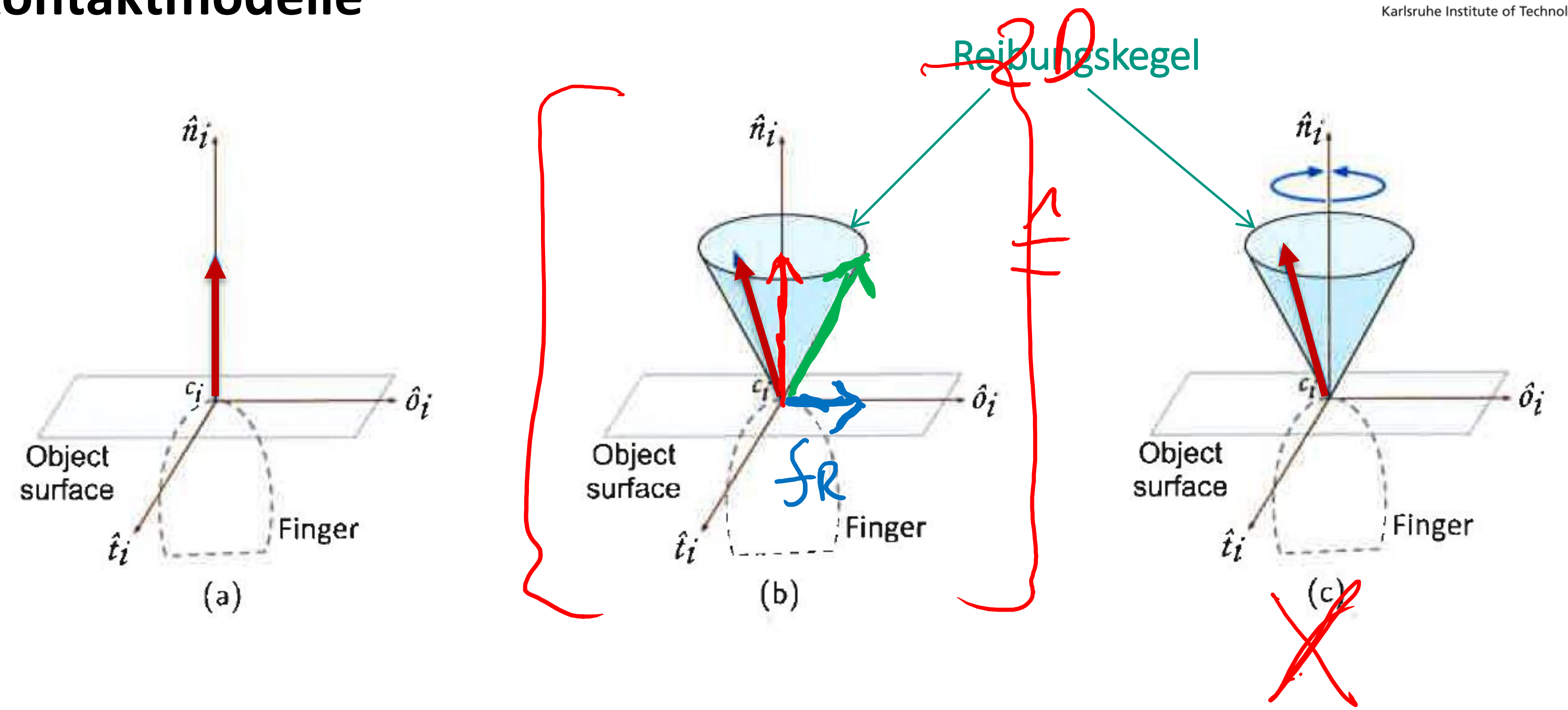
Aufgabe 1.1: Öffnungswinkel eines Reibungsdreiecks

- Bestimmen Sie den Öffnungswinkel β eines Reibungsdreiecks für den Reibungskoeffizienten $\mu = 1$.



$\beta =$

Kontaktmodelle



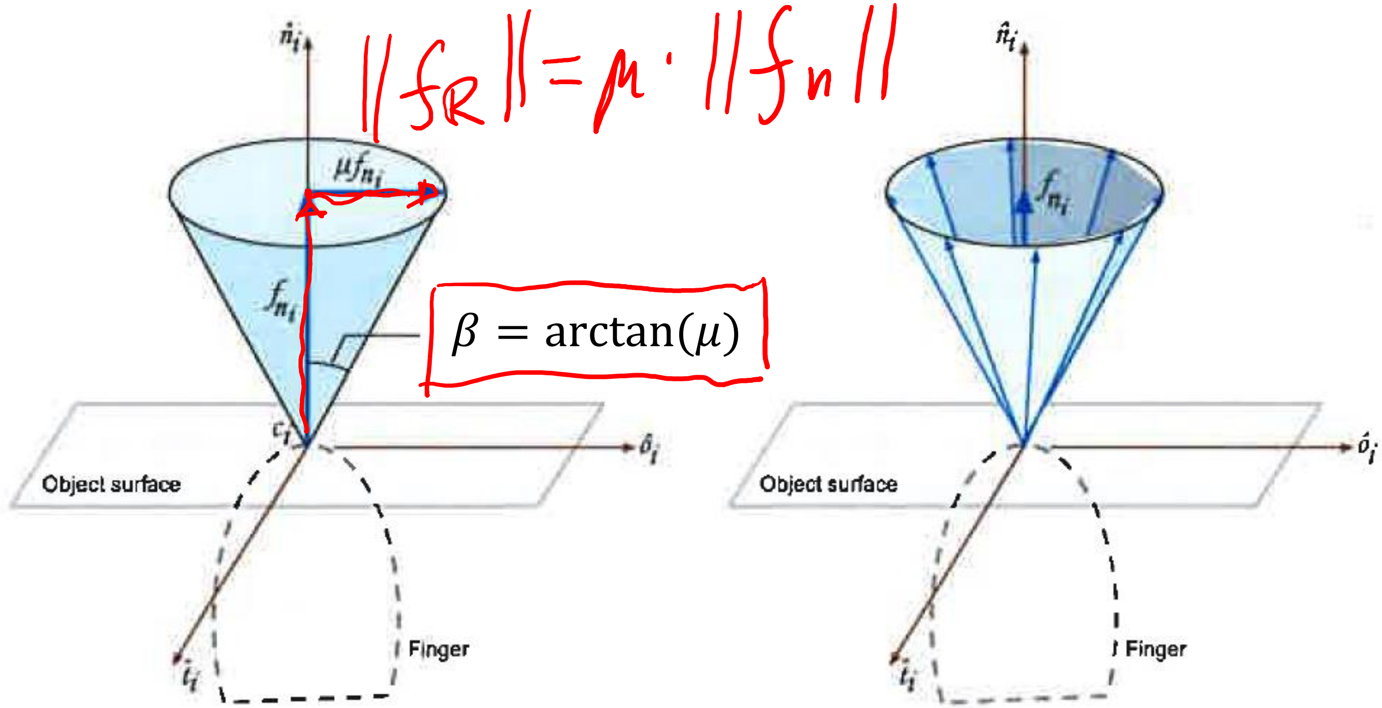
a) Kontakt ohne Reibung (existiert nicht in der Robotik!)

b) Kontakt mit Reibung

c) Soft-Kontakt

Approximation des Reibungskegels

$\|f_R\| = \mu \cdot \|f_n\|$



$\boxed{\beta = \arctan(\mu)}$

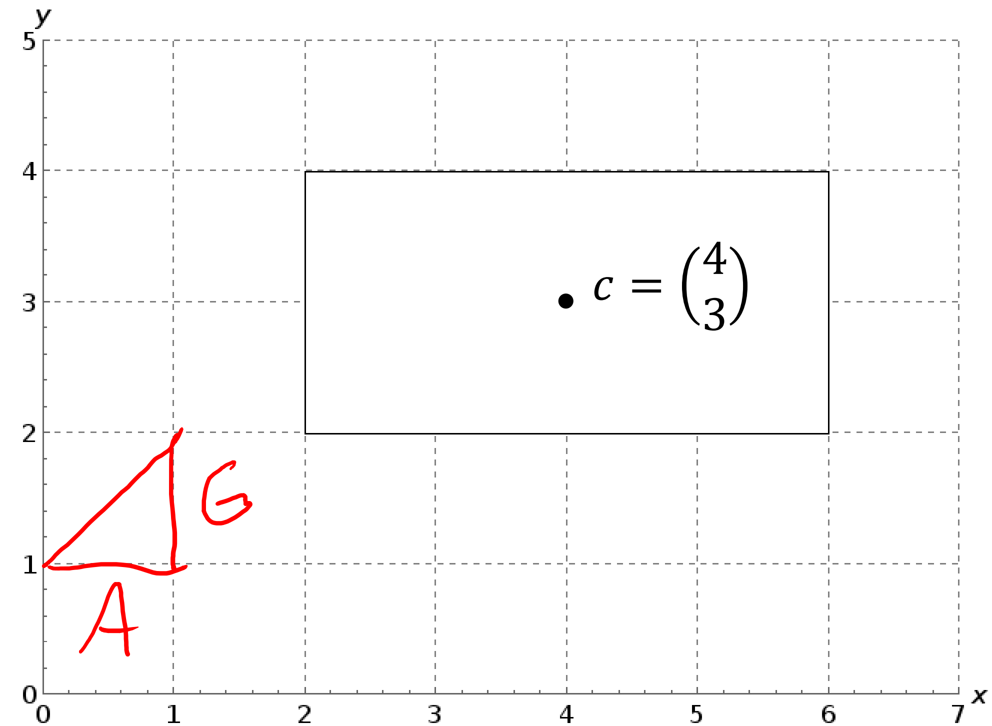
(a) (b)

a) Kontinuierliche Darstellung

b) Approximierte Darstellung durch das einbeschriebene Polyeder

Aufgabe 1.1: Öffnungswinkel eines Reibungsdreiecks

- Bestimmen Sie den Öffnungswinkel β eines Reibungsdreiecks für den Reibungskoeffizienten $\mu = 1$.



$$\beta = \arctan(\mu)$$

$$= \arctan(1)$$

$$\tan \beta = 1 = \frac{G}{A}$$

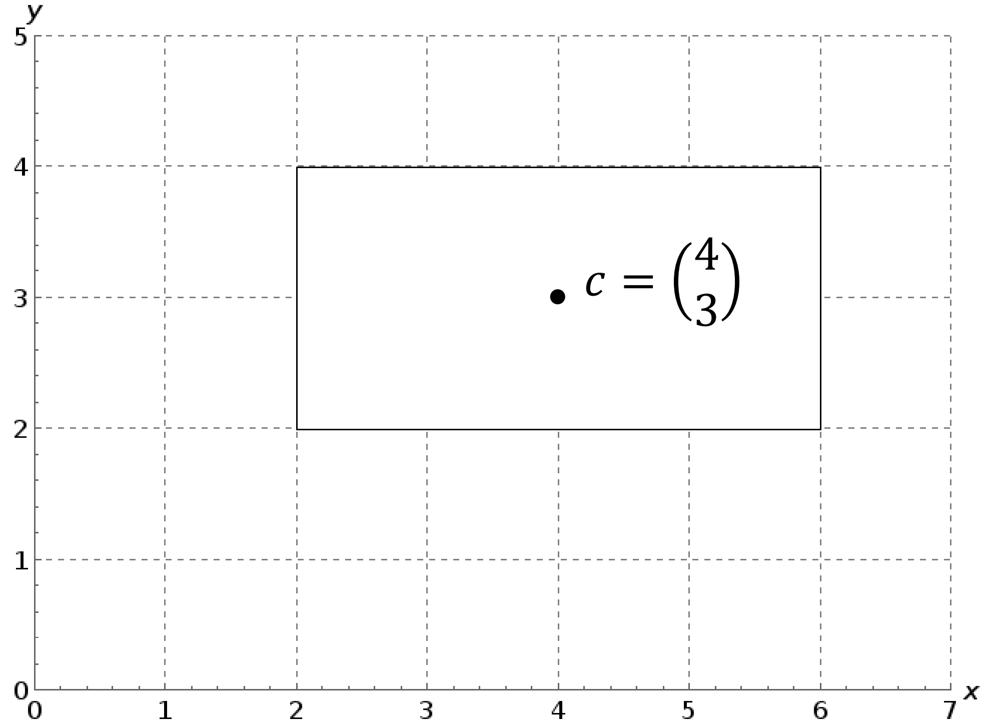
$$\beta = 45° = \frac{\pi}{4}$$

Aufgabe 1.1: Öffnungswinkel eines Reibungsdreiecks

- Bestimmen Sie den Öffnungswinkel β eines Reibungsdreiecks für den Reibungskoeffizienten $\mu = 1$.

$$\beta = \arctan(\mu)$$

$$= \arctan(1) = \frac{\pi}{4} = 45°$$

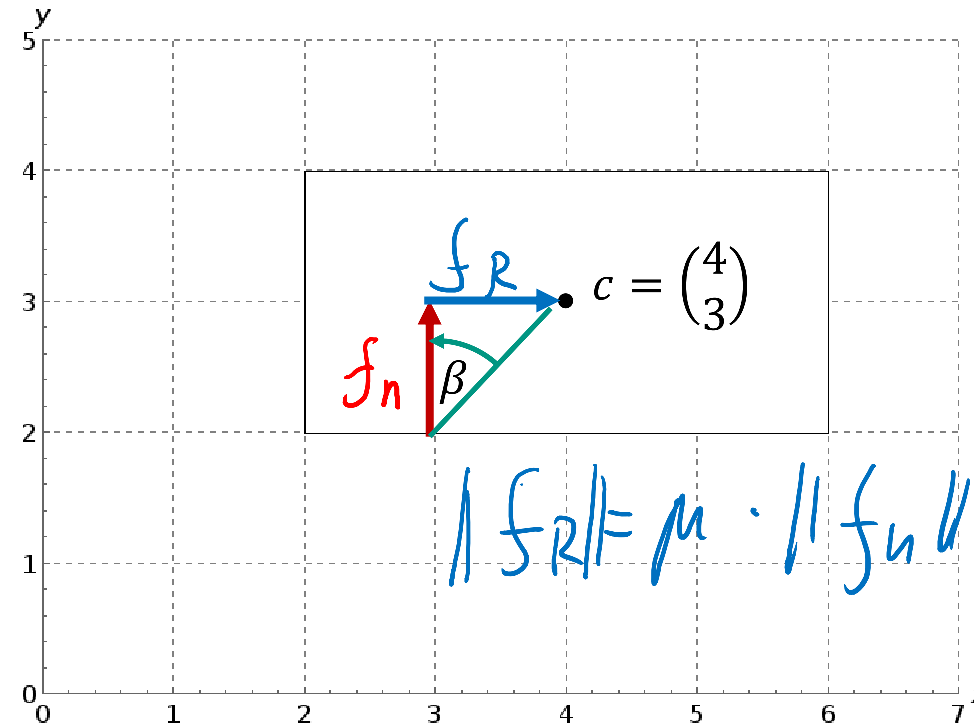


Aufgabe 1.1: Öffnungswinkel eines Reibungsdreiecks

- Bestimmen Sie den Öffnungs-winkel β eines Reibungsdreiecks für den Reibungskoeffizienten $\mu = 1$.

$$\beta = \arctan(\mu)$$

$$= \arctan(1) = \frac{\pi}{4} = 45°$$



$$\tan\beta = \frac{\|f_R\|}{\|f_n\|} = \frac{\mu \cdot \cancel{\|f_n\|}}{\cancel{\|f_n\|}}$$

$$\tan\beta = \mu$$

Aufgabe 1.2: Zeichnung von Reibungsdreiecken

- Gegeben sind die Kontaktpunkte:

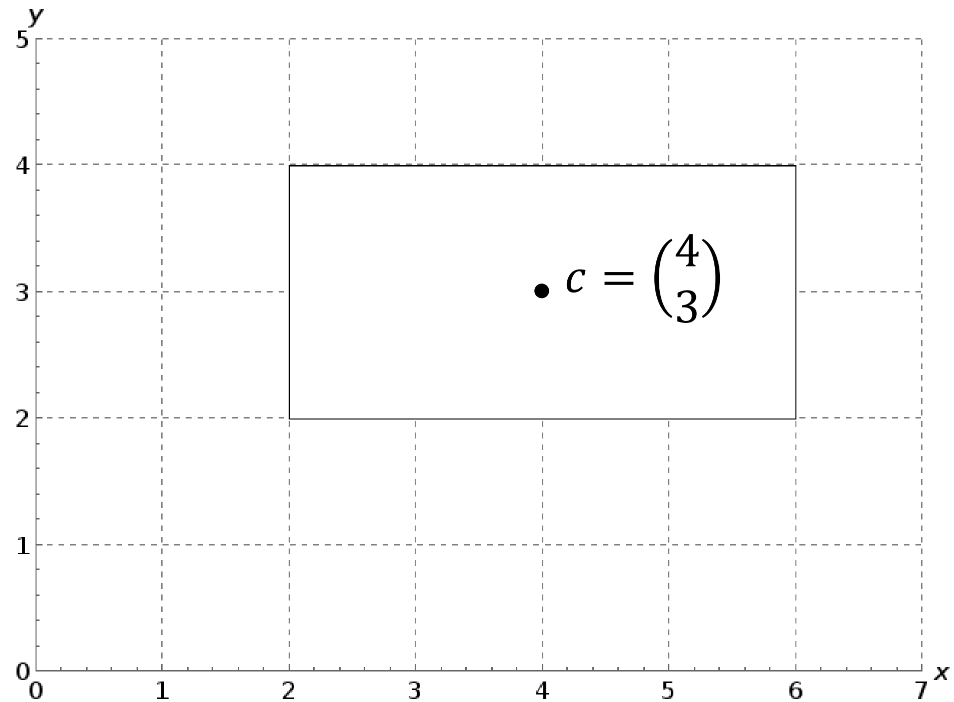
$$p_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, p_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}, p_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- und die Kraftvektoren

$$f_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

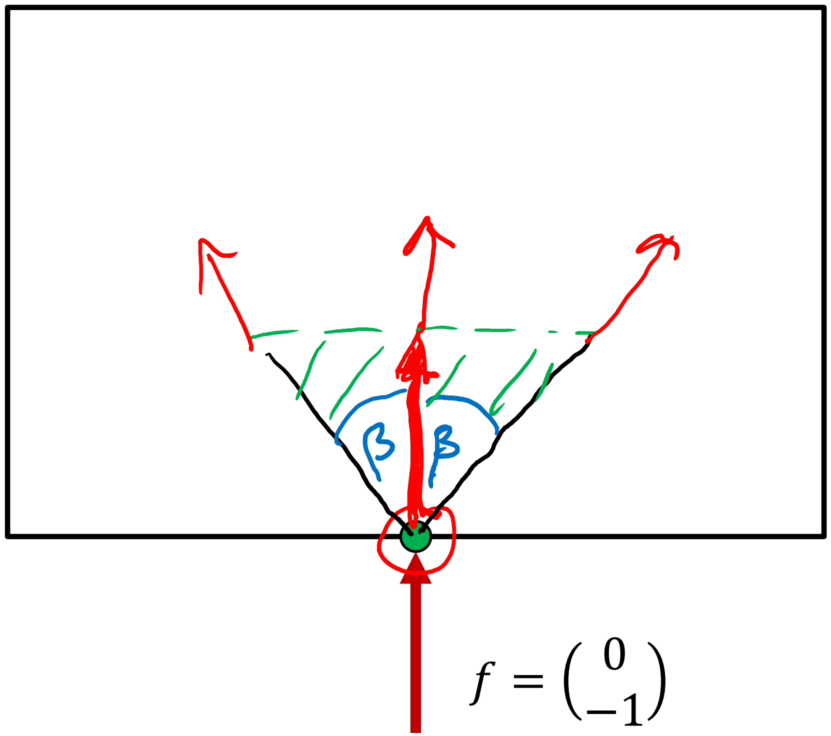
- Zeichnen Sie die Kraftvektoren und die zugehörigen Reibungsdreiecke ein.

$$\beta = \arctan(\mu) = 45°$$



Aufgabe 1.2: Zeichnung von Reibungsdreiecken

- Kraftvektor in das Objekt verschieben

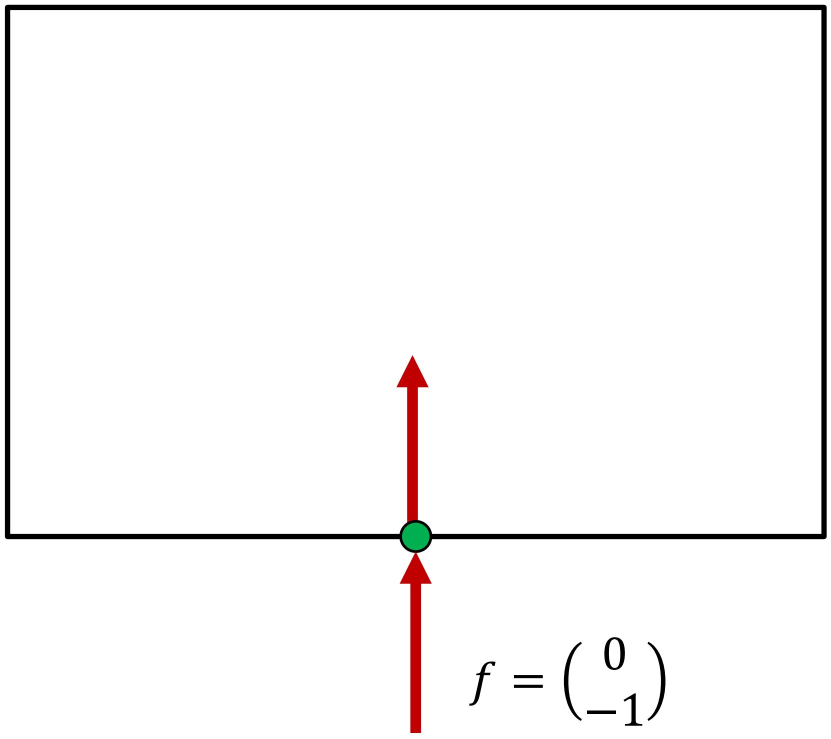


Aufgabe 1.2: Zeichnung von Reibungsdreiecken

- Kraftvektor in das Objekt verschieben

- Öffnungswinkel für das Dreieck einzeichnen

$$\beta = \arctan(\mu)$$



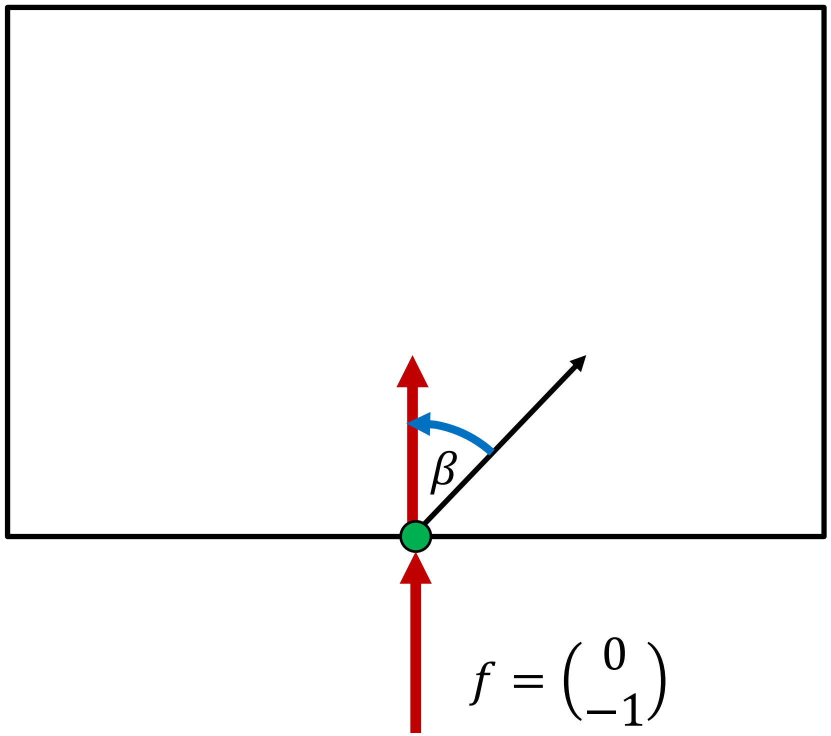
Aufgabe 1.2: Zeichnung von Reibungsdreiecken

- Kraftvektor in das Objekt verschieben

- Öffnungswinkel für das Dreieck einzeichnen

$$\beta = \arctan(\mu)$$

- Dreieck einzeichnen

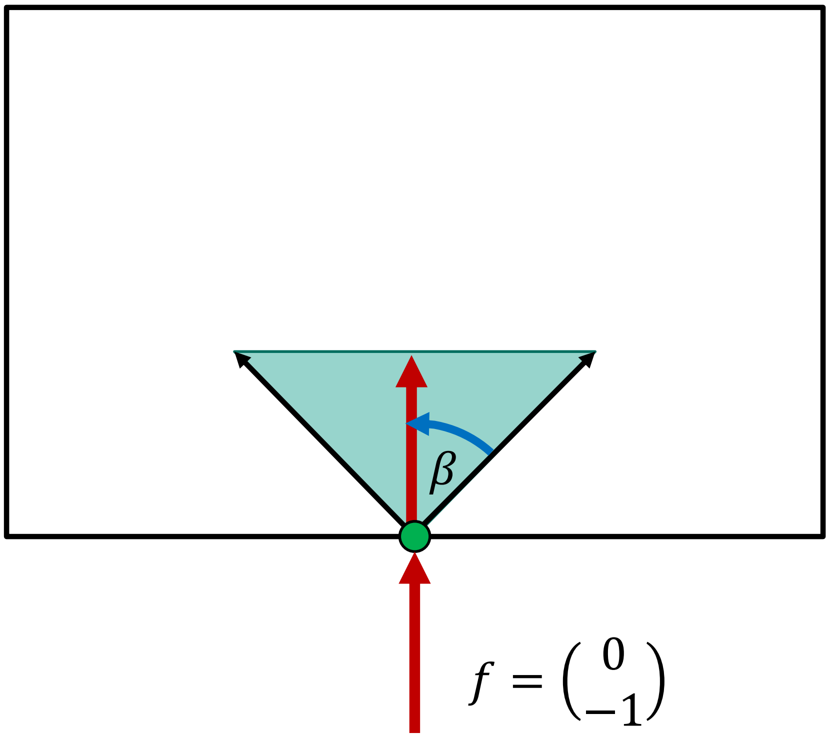


Aufgabe 1.2: Zeichnung von Reibungsdreiecken

- Kraftvektor in das Objekt verschieben

- Öffnungswinkel für das Dreieck einzeichnen
  $$\beta = \arctan(\mu)$$

- Dreieck einzeichnen



Aufgabe 1.2: Zeichnung von Reibungsdreiecken

- Gegeben sind die Kontaktpunkte:

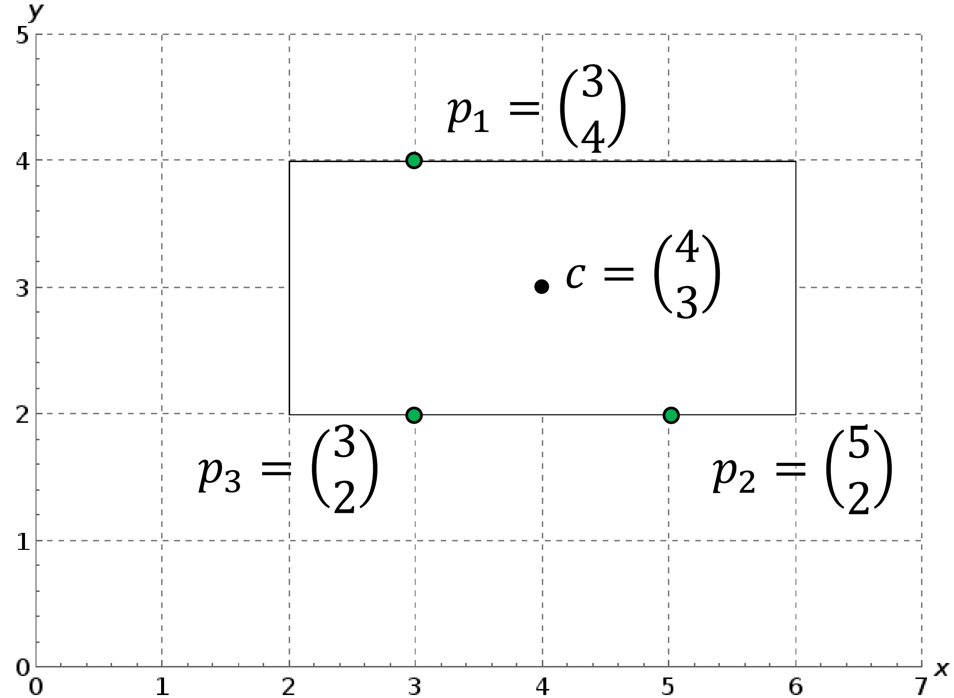
$$p_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, p_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}, p_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- und die Kraftvektoren

$$f_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

- Zeichnen Sie die Kraftvektoren und die zugehörigen Reibungsdreiecke ein.

$$\beta = \arctan(\mu) = 45°$$

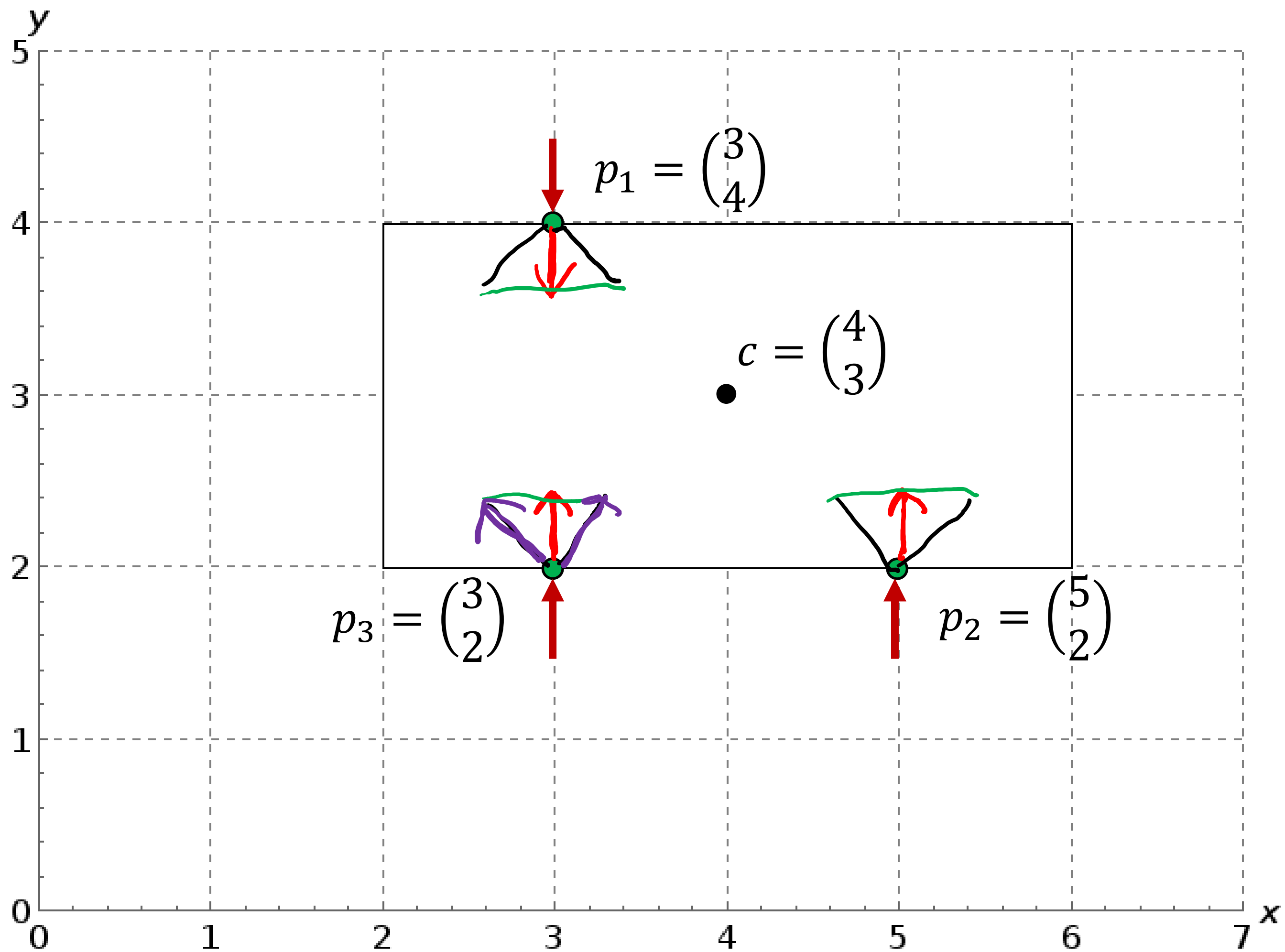


Aufgabe 1.2: Zeichnung von Reibungsdreiecken

- Kraftvektoren

$$f_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix}, \quad f_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \quad f_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

- $\beta = 45°$



Aufgabe 1.2: Zeichnung von Reibungsdreiecken

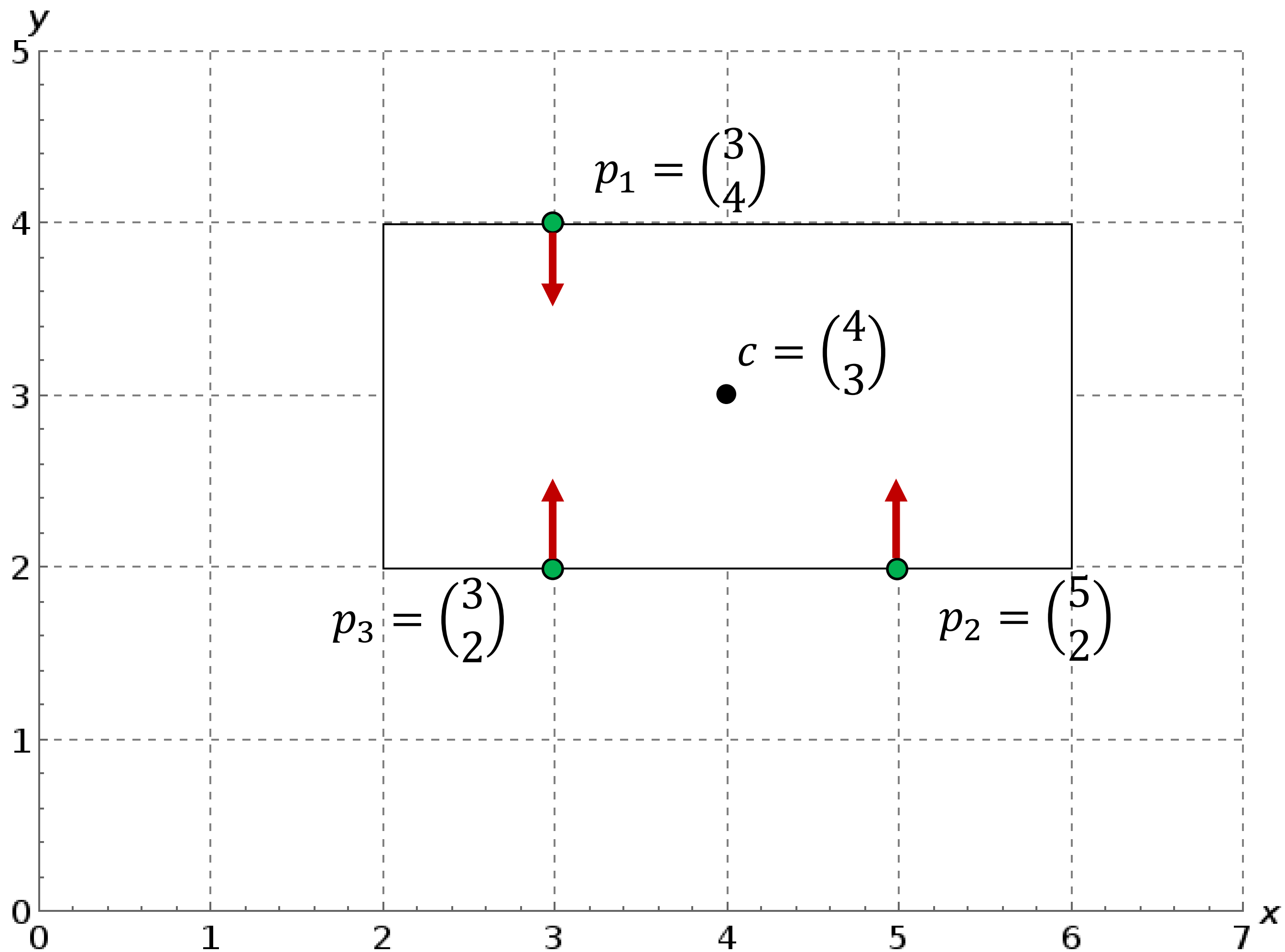
- Kraftvektoren

$f_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix},$

$f_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix},$

$f_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}$

- $\beta = 45°$

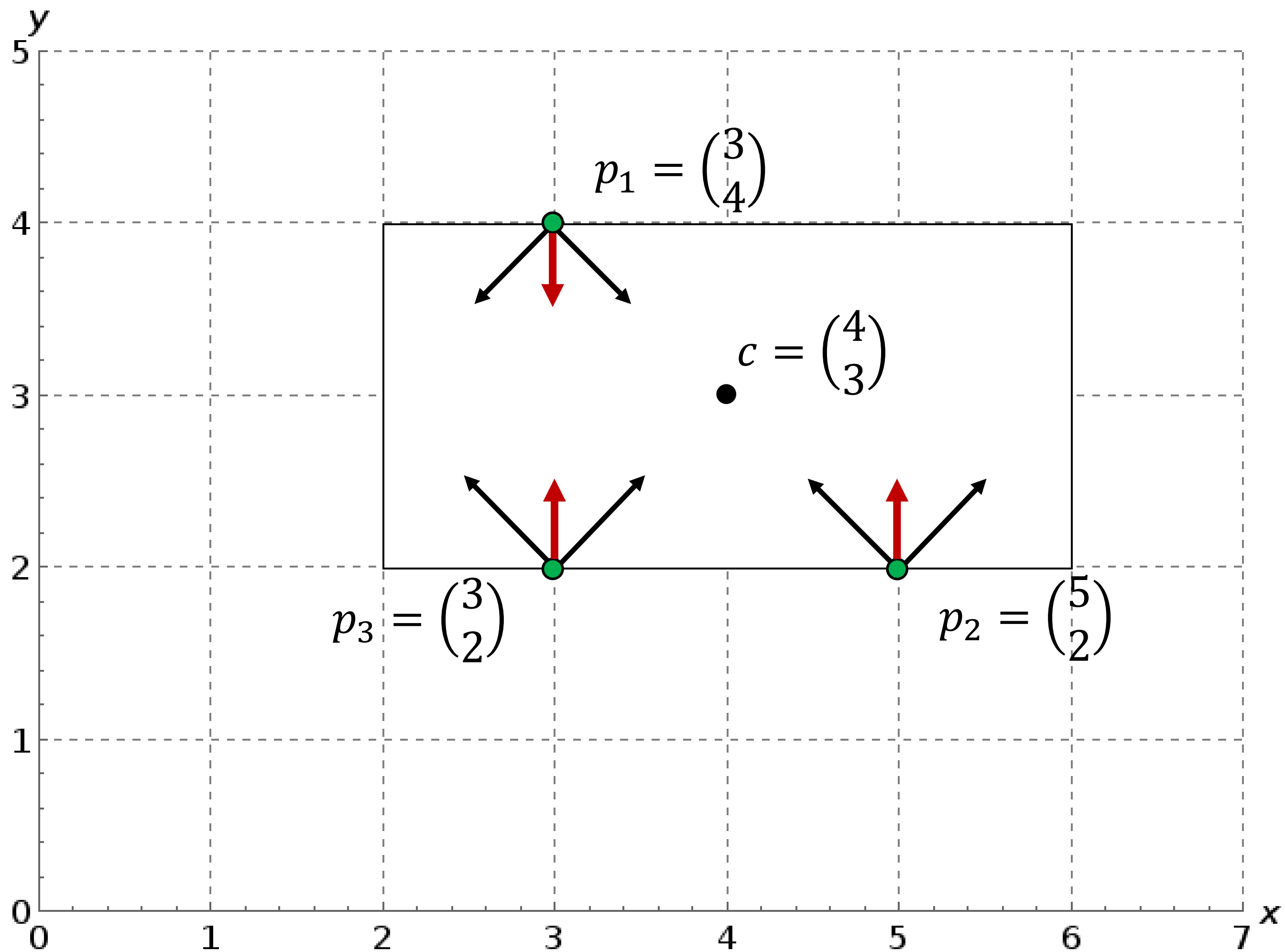


Aufgabe 1.2: Zeichnung von Reibungsdreiecken

- Kraftvektoren

$$f_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix},$$
$$f_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix},$$
$$f_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

- $\beta = 45°$

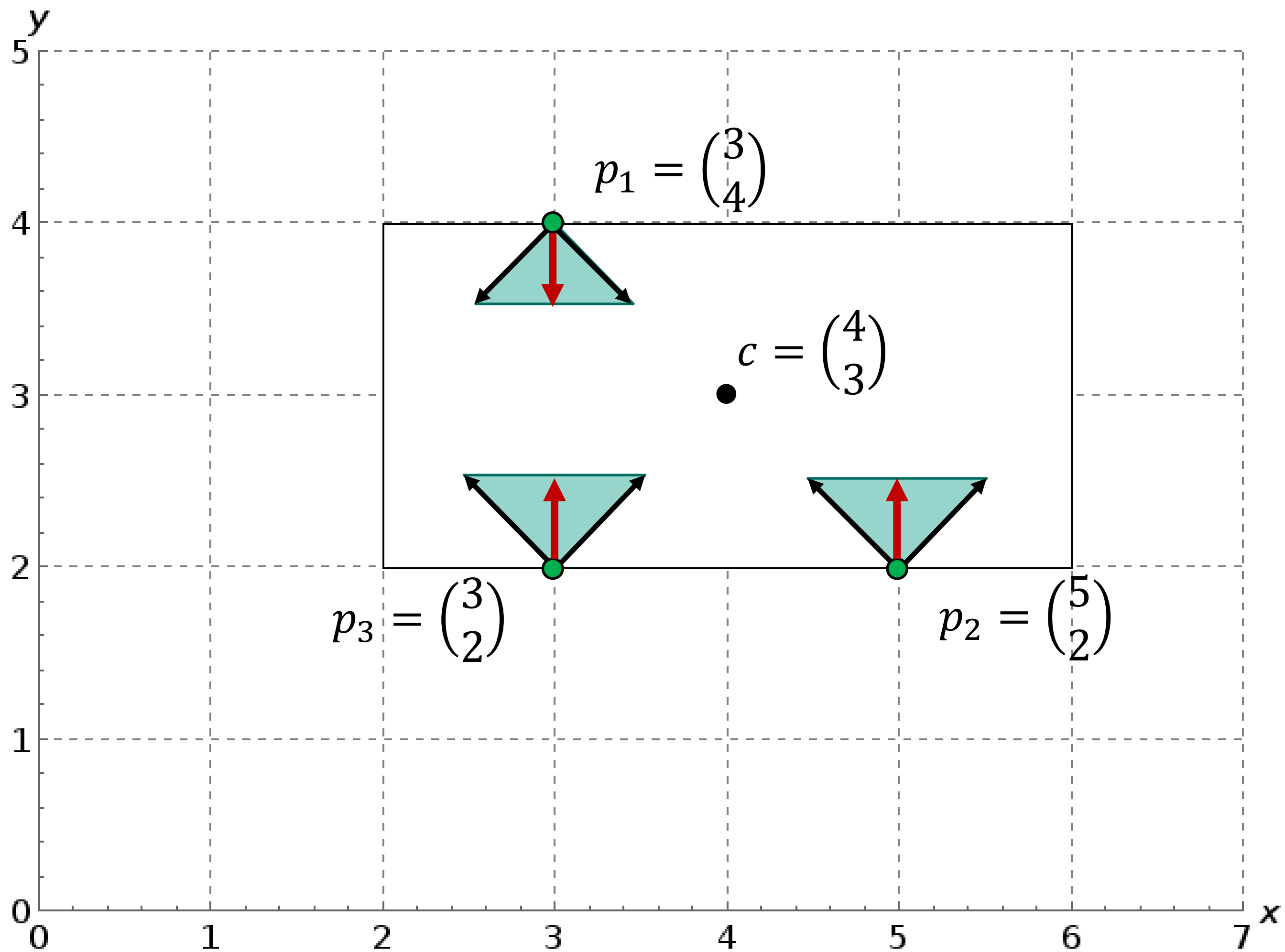


Aufgabe 1.2: Zeichnung von Reibungsdreiecken

- Kraftvektoren

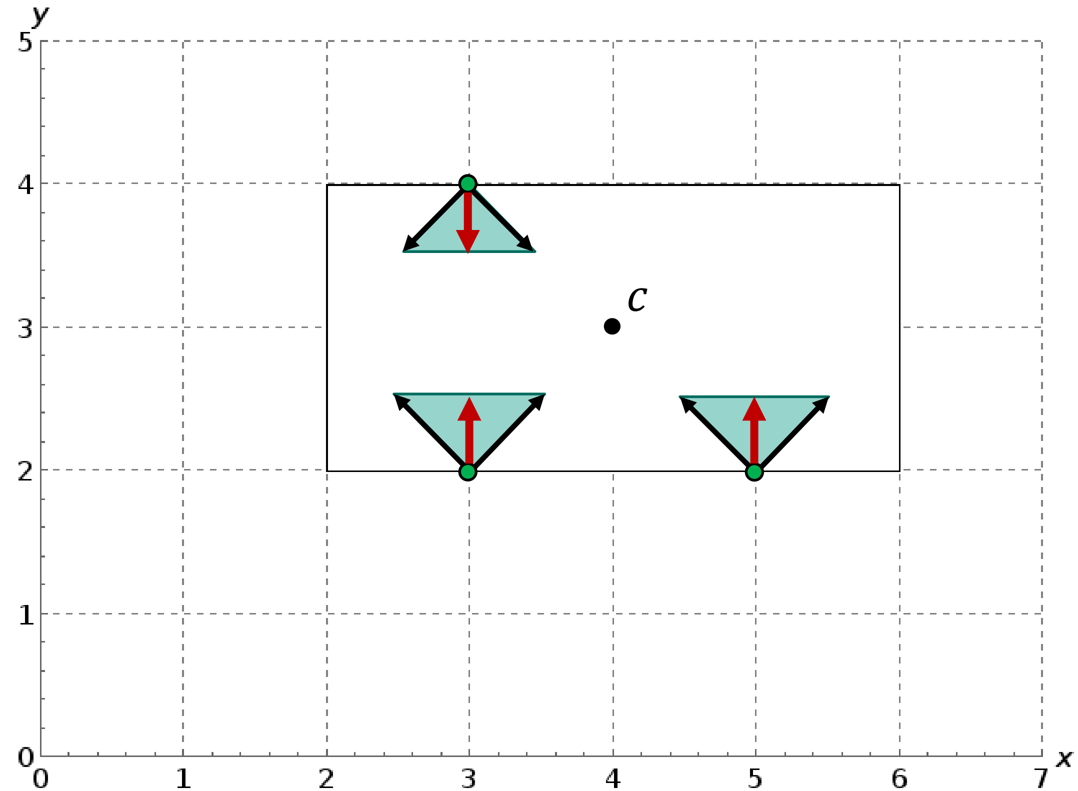
$$f_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix}, \quad f_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \quad f_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

- $\beta = 45°$



Aufgabe 1.3: Kraftvektoren am Rand

- Bestimmen Sie die Kraftvektoren an den Rändern der Reibungsdreiecke.



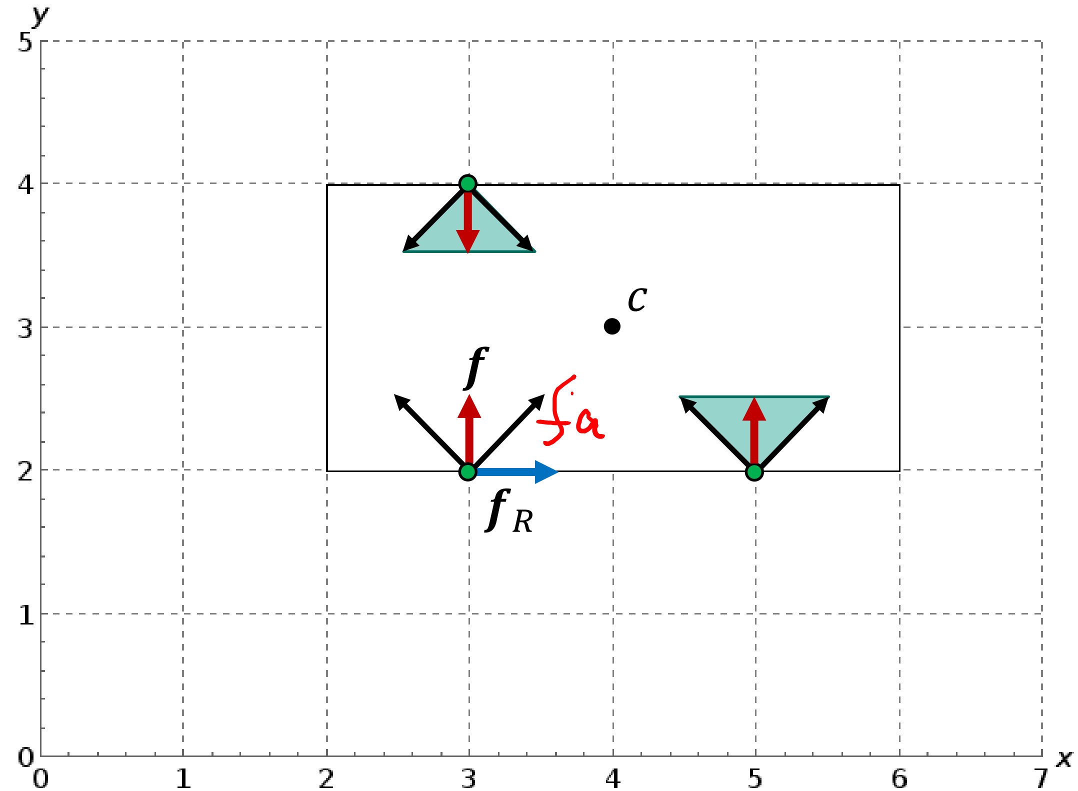
Aufgabe 1.3: Kraftvektoren am Rand

- Bestimmen Sie die Kraftvektoren an den Rändern der Reibungsdreiecke.
- Reibungskraft $\boldsymbol{f}_R$ wirkt rechtwinklig zu $\boldsymbol{f}$

$$f_a = f + f_R$$

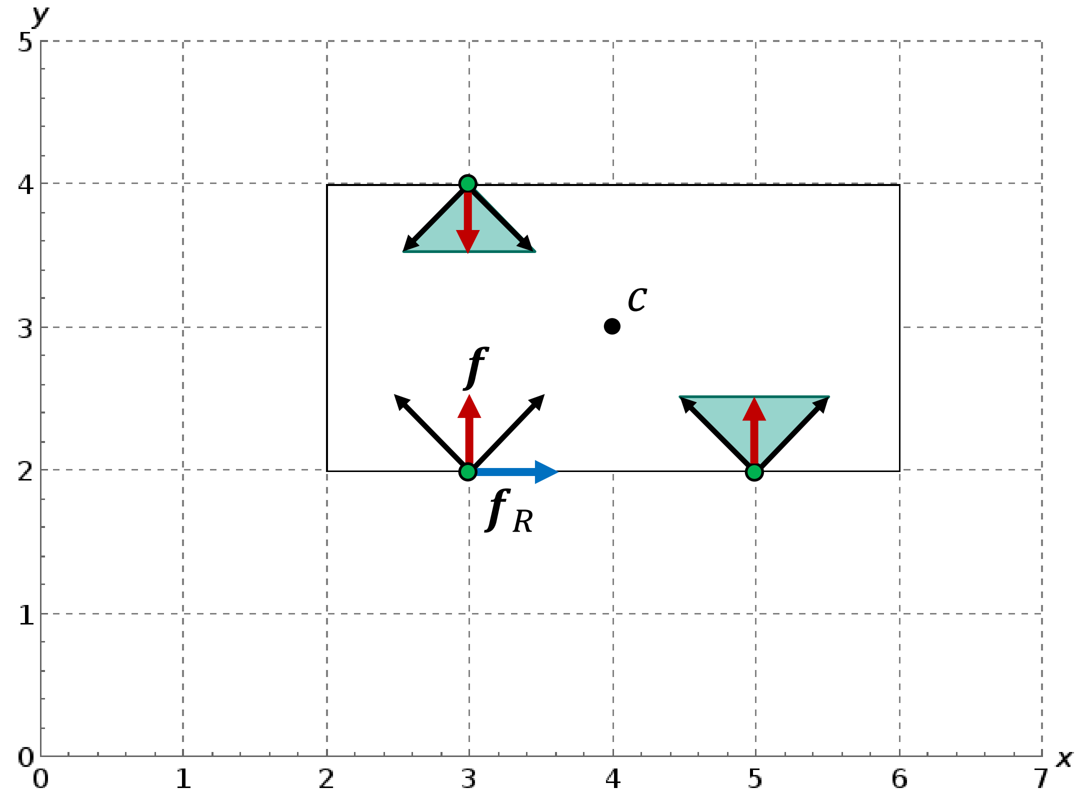
$$\|f_R\| = \mu \cdot \|f\|$$

$$f_R \perp f$$



Aufgabe 1.3: Kraftvektoren am Rand

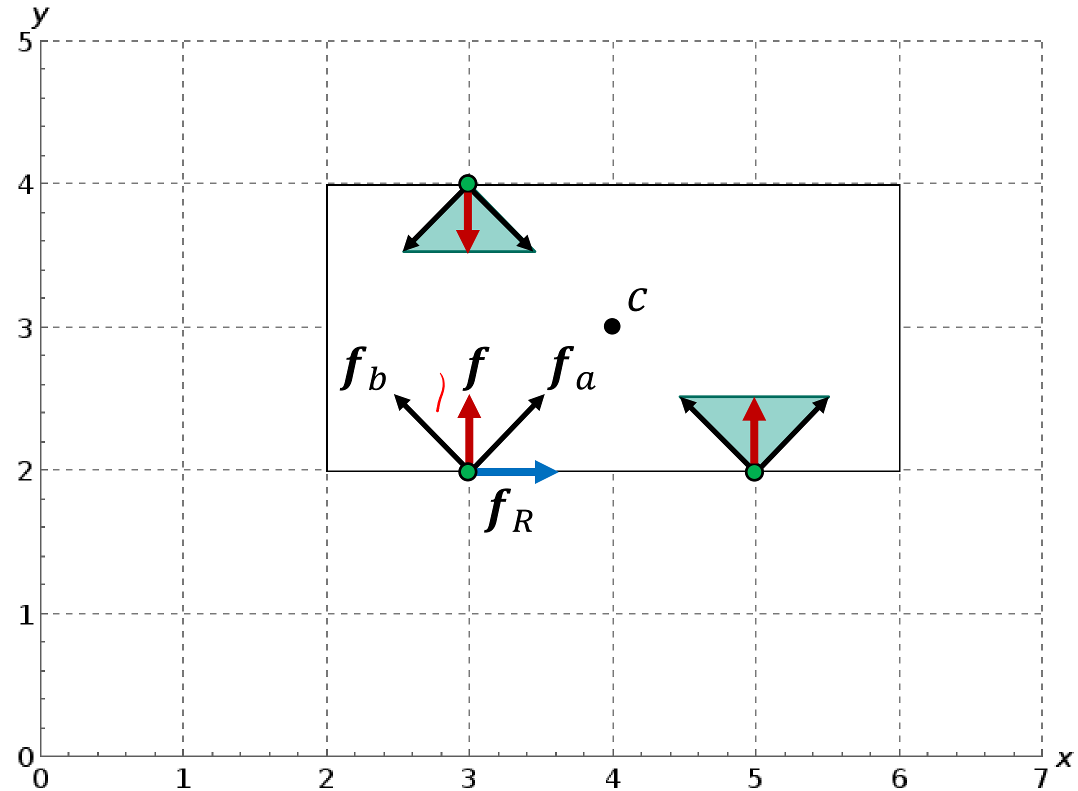
- Bestimmen Sie die Kraftvektoren an den Rändern der Reibungsdreiecke.
- Reibungskraft $\boldsymbol{f}_R$ wirkt rechtwinklig zu $\boldsymbol{f}$
- $\|\boldsymbol{f}_R\| = \mu \cdot \|\boldsymbol{f}\|$



Aufgabe 1.3: Kraftvektoren am Rand

- Bestimmen Sie die Kraftvektoren an den Rändern der Reibungsdreiecke.
- Reibungskraft $\boldsymbol{f}_R$ wirkt rechtwinklig zu $\boldsymbol{f}$
- $\|\boldsymbol{f}_R\| = \mu \cdot \|\boldsymbol{f}\|$
- Die angreifende Kraft:

$$\boldsymbol{f}_a = \boldsymbol{f} + \boldsymbol{f}_R$$
$$\boldsymbol{f}_b = \boldsymbol{f} - \boldsymbol{f}_R$$



Aufgabe 1.3: Kraftvektoren am Rand

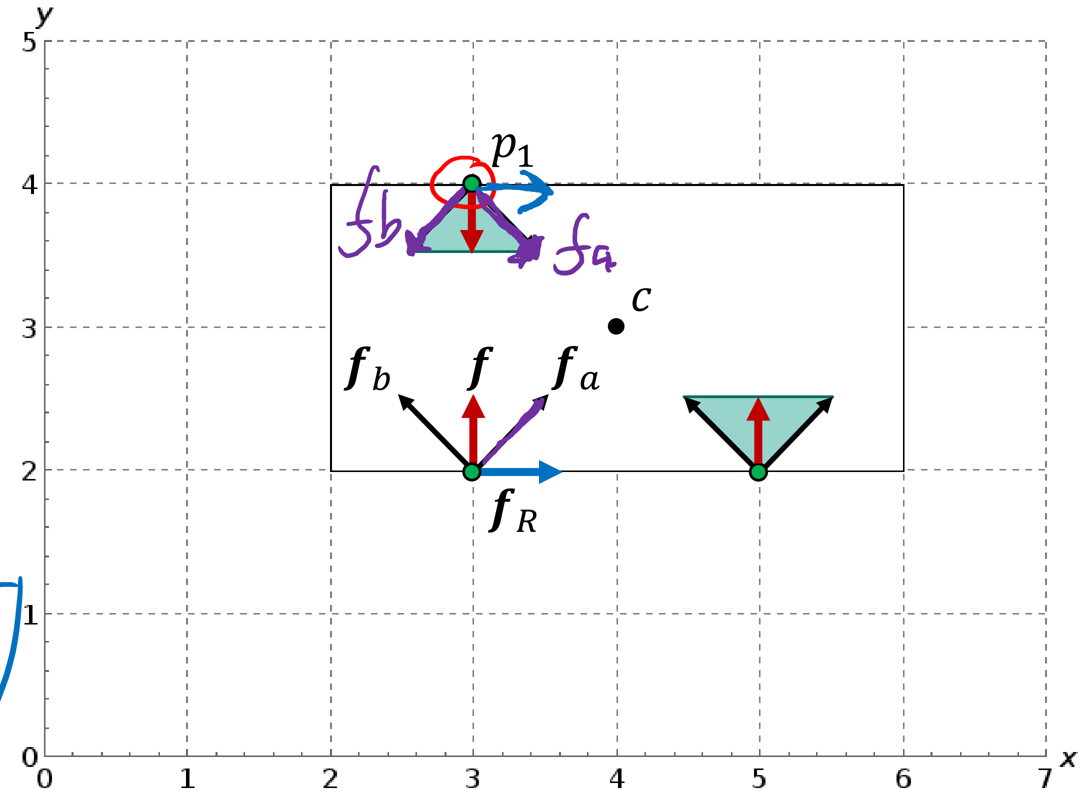
$\boldsymbol{f}_R \perp \boldsymbol{f}$, $\|\boldsymbol{f}_R\| = \mu \cdot \|\boldsymbol{f}\|$, $\mu = 1$

$\boldsymbol{f}_a = \boldsymbol{f} + \boldsymbol{f}_R$, $\boldsymbol{f}_b = \boldsymbol{f} - \boldsymbol{f}_R$

$\boldsymbol{f}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix}$

$f_\perp = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$

$f_R = \mu \cdot f_\perp = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$



$f_a = f + f_R = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} x \\ y \end{array}$

$f_b = f - f_R = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$

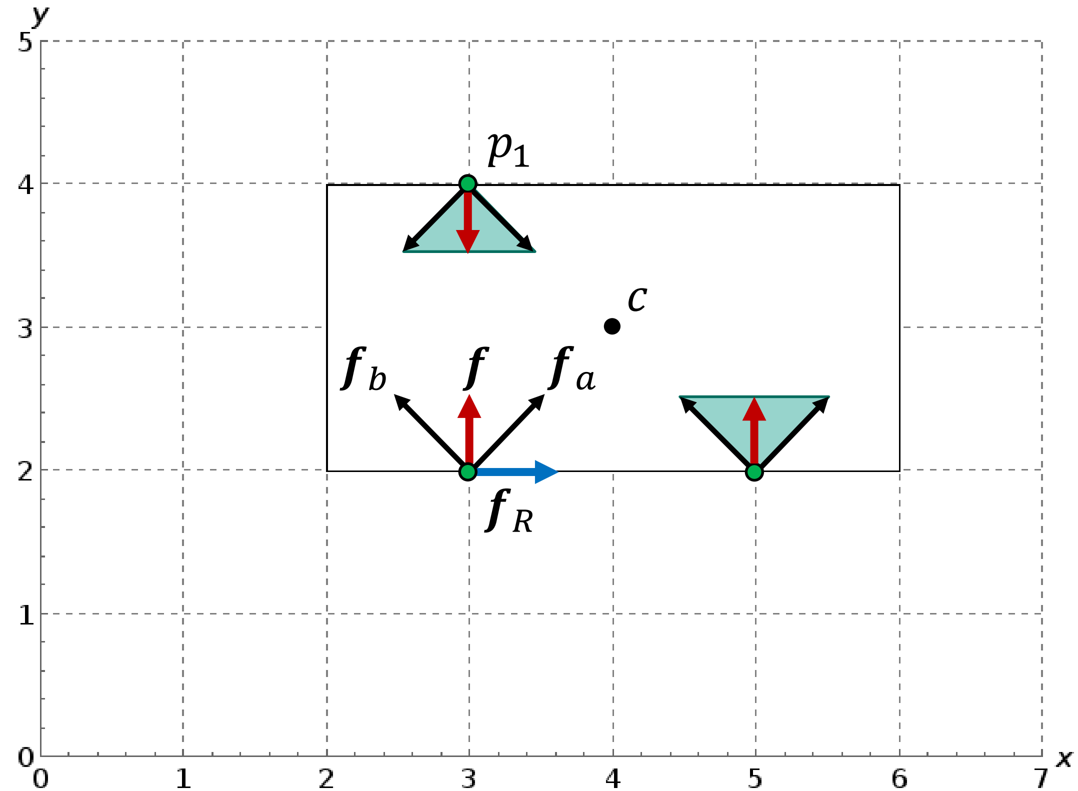
Aufgabe 1.3: Kraftvektoren am Rand

$$\boldsymbol{f}_R \perp \boldsymbol{f}, \|\boldsymbol{f}_R\| = \mu \cdot \|\boldsymbol{f}\|, \mu = 1$$

$$\boldsymbol{f}_a = \boldsymbol{f} + \boldsymbol{f}_R, \boldsymbol{f}_b = \boldsymbol{f} - \boldsymbol{f}_R$$

$$\boldsymbol{f}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{\perp,1} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Aufgabe 1.3: Kraftvektoren am Rand

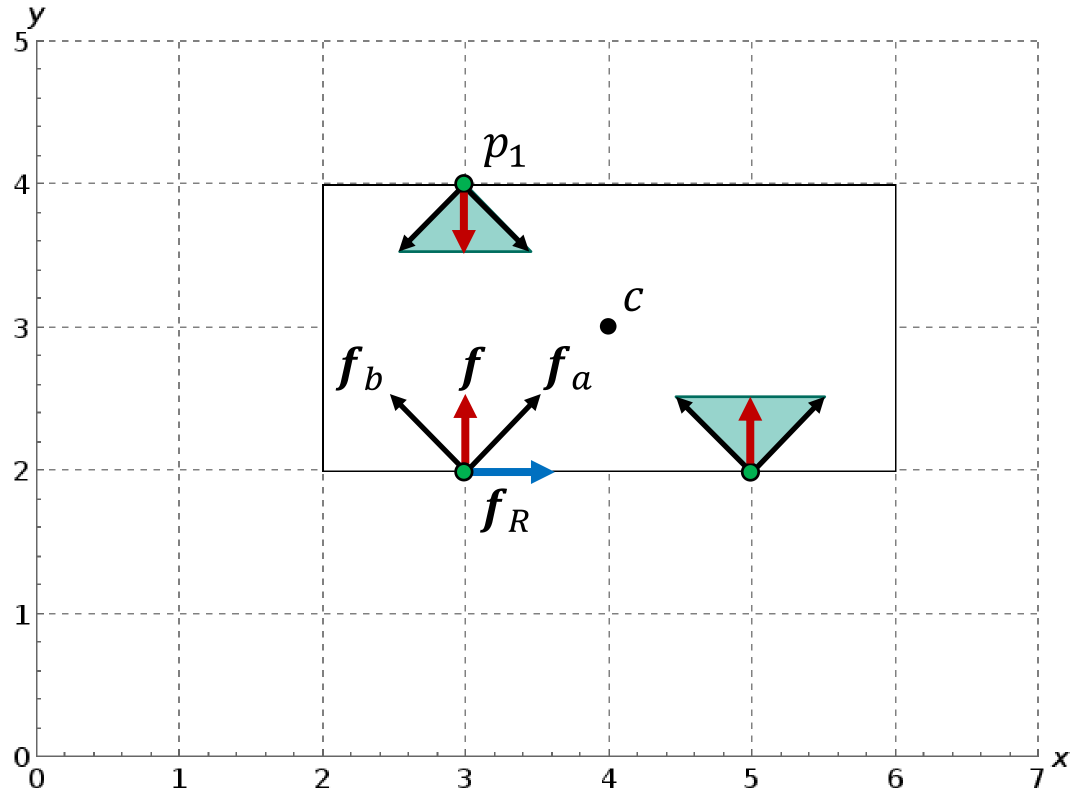
$\boldsymbol{f}_R \perp \boldsymbol{f}, \|\boldsymbol{f}_R\| = \mu \cdot \|\boldsymbol{f}\|, \mu = 1$

$\boldsymbol{f}_a = \boldsymbol{f} + \boldsymbol{f}_R, \boldsymbol{f}_b = \boldsymbol{f} - \boldsymbol{f}_R$

$$\boldsymbol{f}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

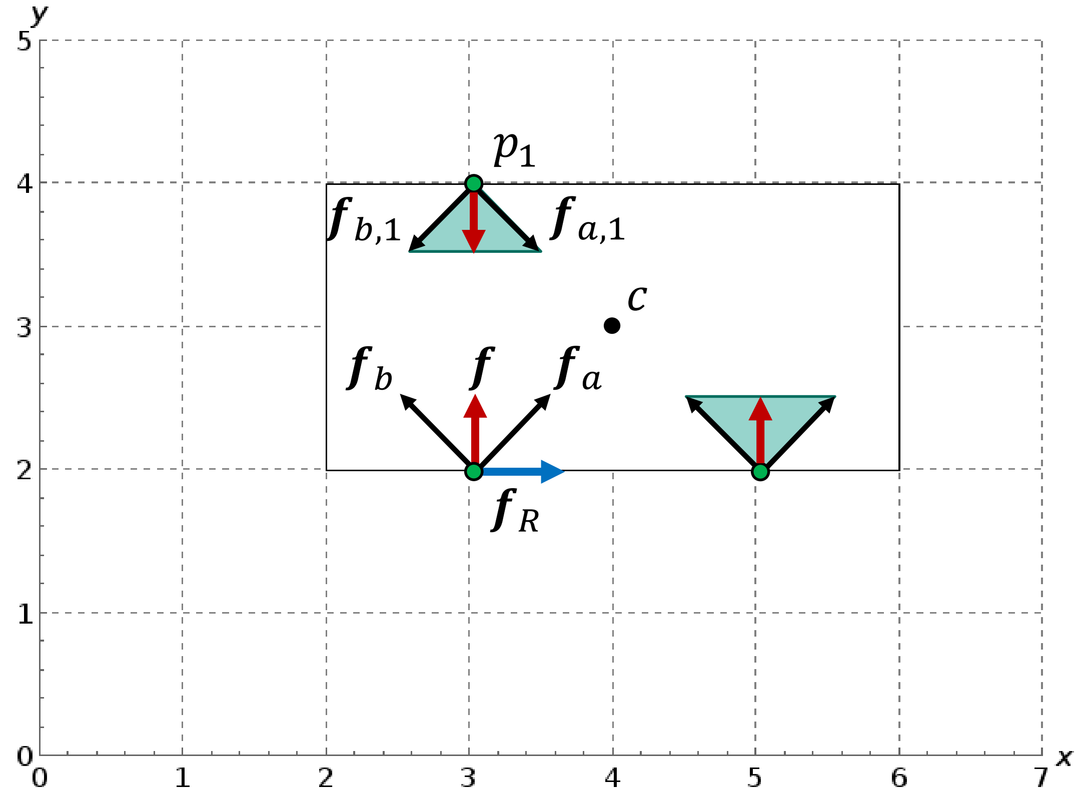
$$\boldsymbol{f}_{\perp,1} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{R,1} = \mu \cdot \boldsymbol{f}_{\perp,1} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Aufgabe 1.3: Kraftvektoren am Rand

$\boldsymbol{f}_R \perp \boldsymbol{f}, \|\boldsymbol{f}_R\| = \mu \cdot \|\boldsymbol{f}\|, \mu = 1$
$\boldsymbol{f}_a = \boldsymbol{f} + \boldsymbol{f}_R, \boldsymbol{f}_b = \boldsymbol{f} - \boldsymbol{f}_R$



$$\boldsymbol{f}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{\perp,1} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{R,1} = \mu \cdot \boldsymbol{f}_{\perp,1} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{a,1} = \boldsymbol{f}_1 + \boldsymbol{f}_{R,1} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{b,1} = \boldsymbol{f}_1 - \boldsymbol{f}_{R,1} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 1.3: Kraftvektoren am Rand

$\boldsymbol{f}_R \perp \boldsymbol{f}, \|\boldsymbol{f}_R\| = \mu \cdot \|\boldsymbol{f}\|, \mu = 1$

$\boldsymbol{f}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}$

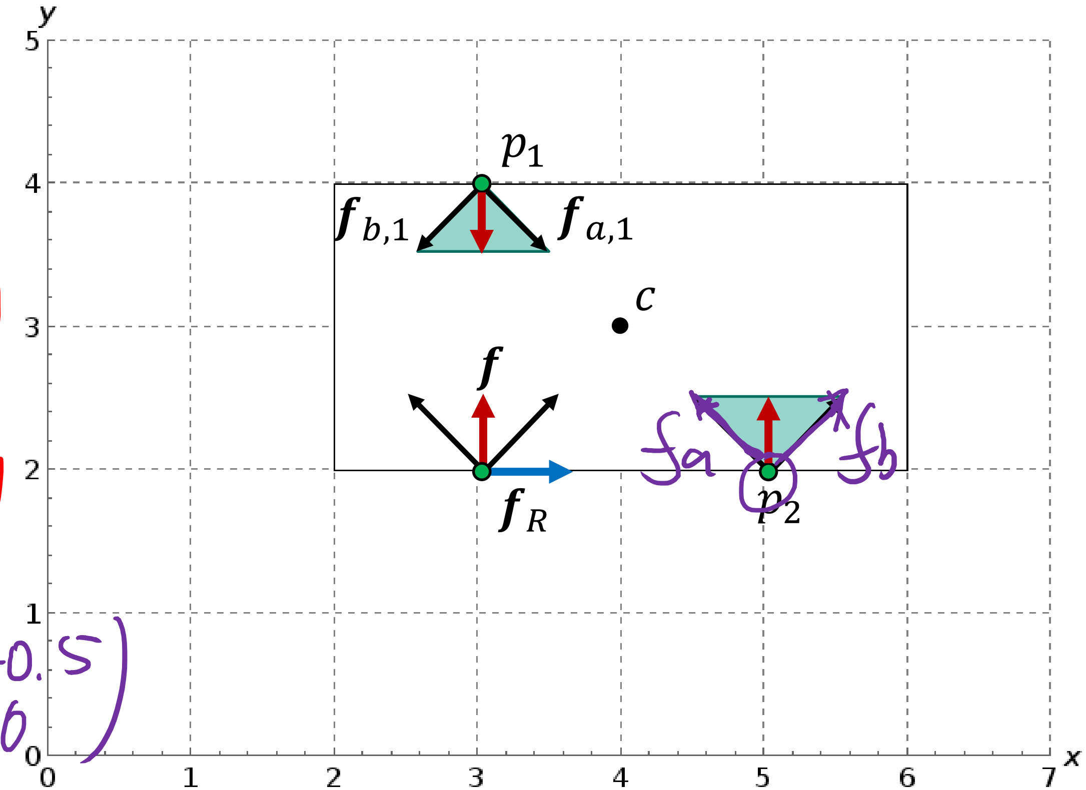
$f_\perp = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$

$f_R = \mu \cdot f_\perp = 1 \cdot \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$

$f_a = f + f_R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$

$f_b = f - f_R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$



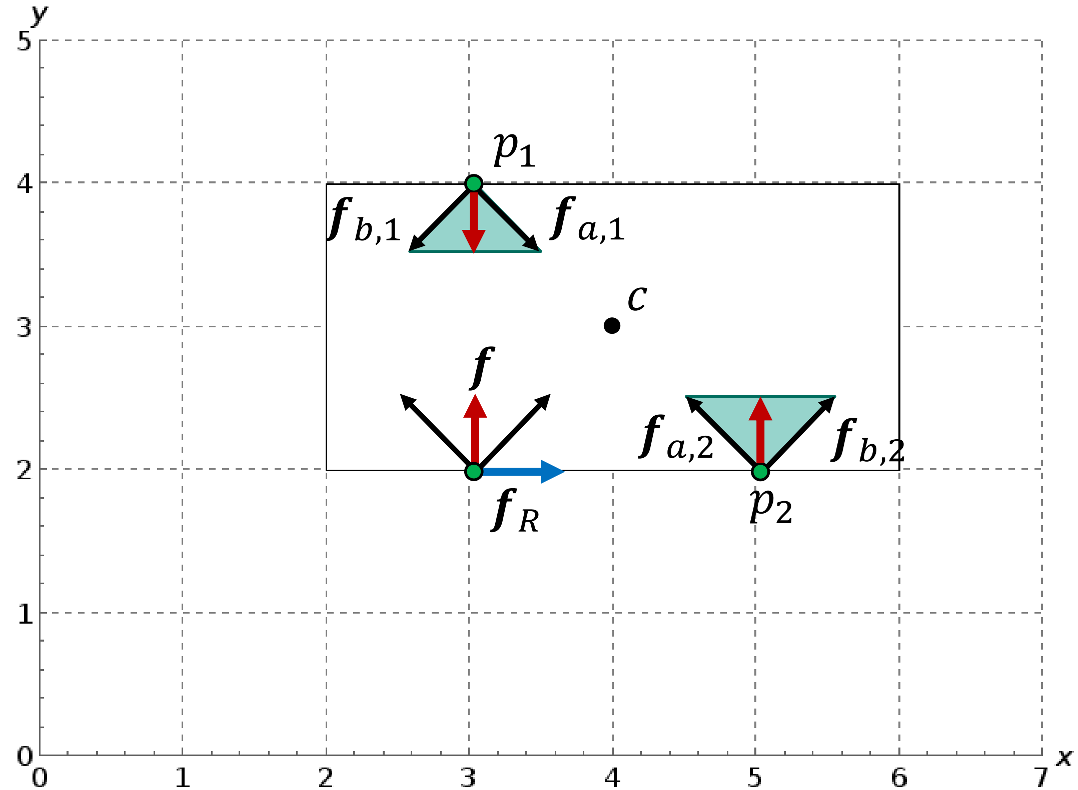
Aufgabe 1.3: Kraftvektoren am Rand

$\boldsymbol{f}_R \perp \boldsymbol{f}, \|\boldsymbol{f}_R\| = \mu \cdot \|\boldsymbol{f}\|, \mu = 1$

$$\boldsymbol{f}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{\perp,2} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{R,2} = \mu \cdot \boldsymbol{f}_{\perp,2} = 1 \cdot \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$



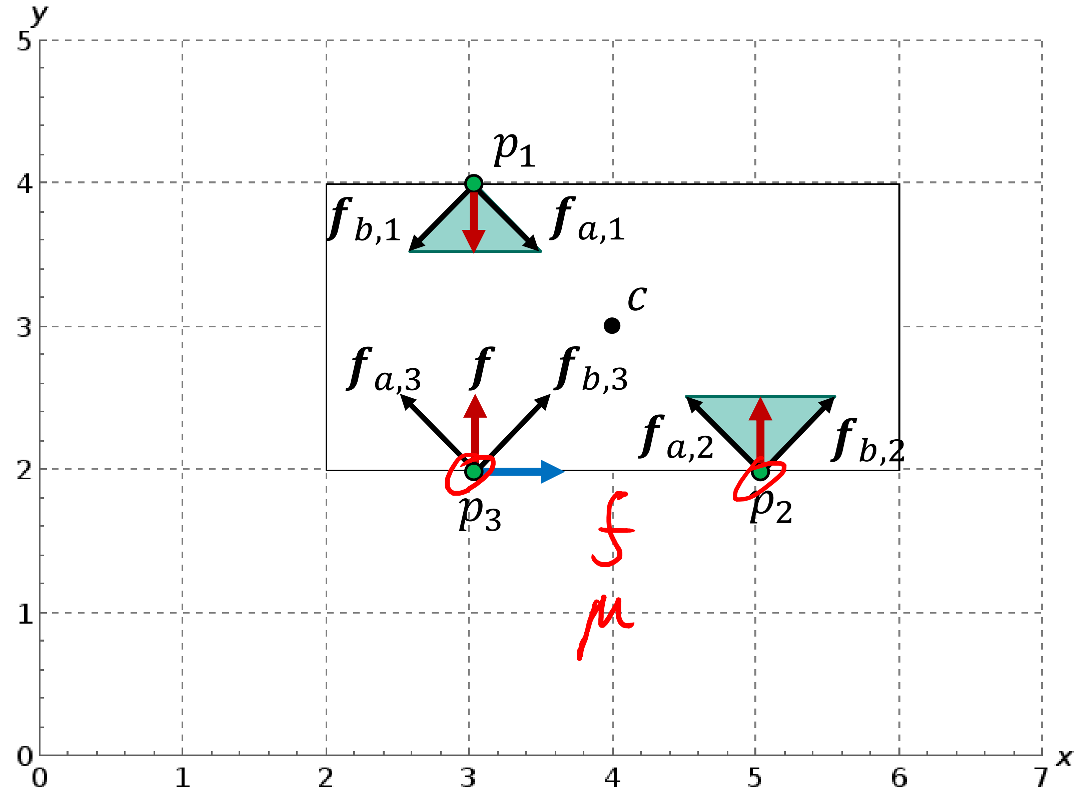
$$\boldsymbol{f}_{a,2} = \boldsymbol{f}_2 + \boldsymbol{f}_{R,2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{b,2} = \boldsymbol{f}_2 - \boldsymbol{f}_{R,2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 1.3: Kraftvektoren am Rand

$\boldsymbol{f}_R \perp \boldsymbol{f}, \|\boldsymbol{f}_R\| = \mu \cdot \|\boldsymbol{f}\|, \mu = 1$

$\boldsymbol{f}_3 = \boldsymbol{f}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}$



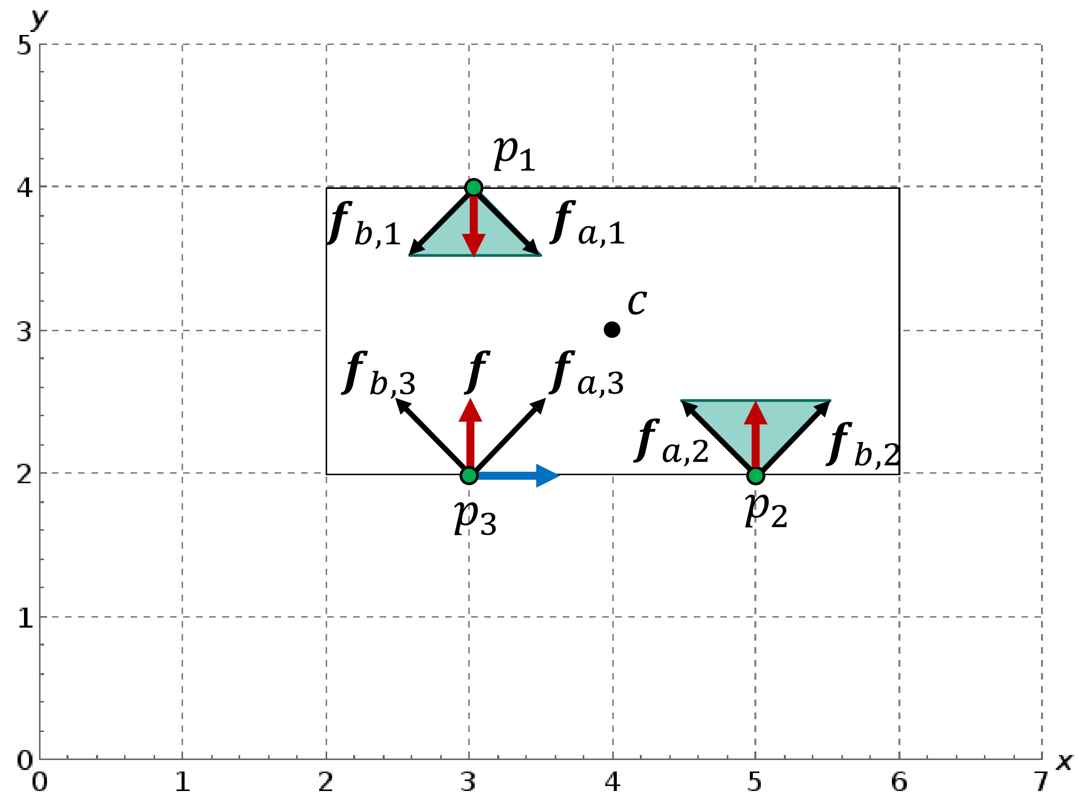
Aufgabe 1.3: Kraftvektoren am Rand

$$\boldsymbol{f}_R \perp \boldsymbol{f},\ \|\boldsymbol{f}_R\| = \mu \cdot \|\boldsymbol{f}\|,\ \mu = 1$$

$$\boldsymbol{f}_3 = \boldsymbol{f}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{a,3} = \boldsymbol{f}_{a,2} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{b,3} = \boldsymbol{f}_{b,2} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

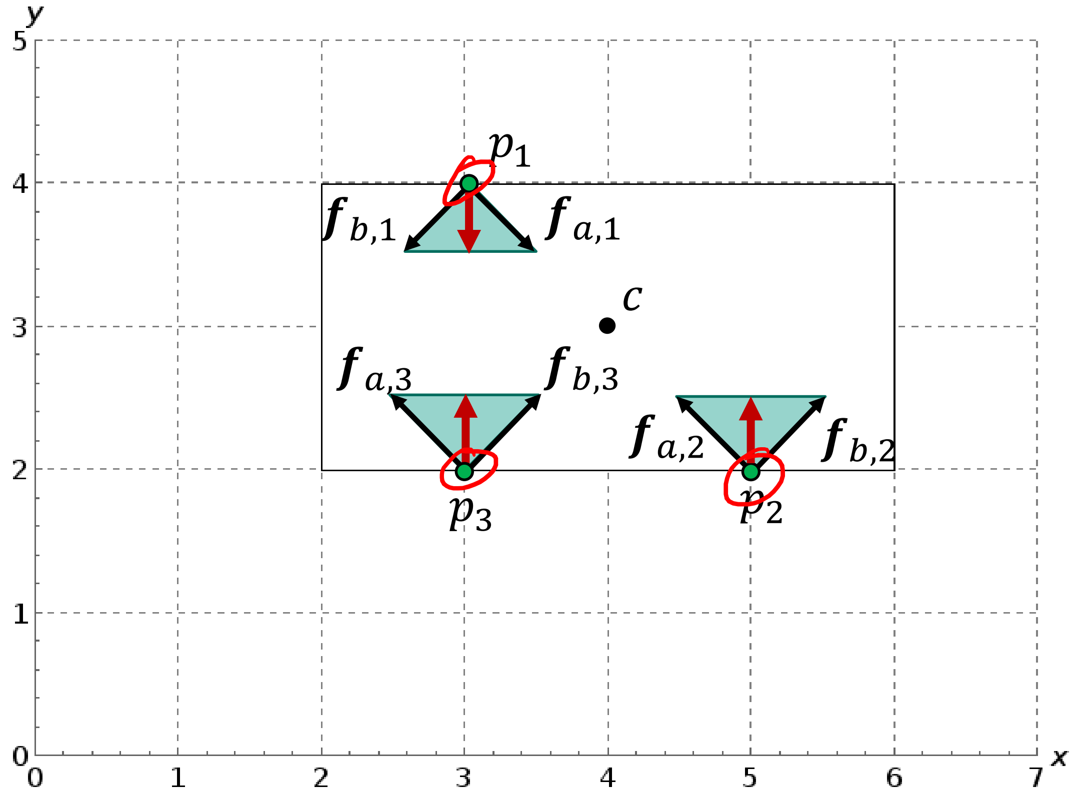


Aufgabe 2: Grasp Wrench Space

$$\boldsymbol{f}_{a,1} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{f}_{b,1} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{a,3} = \boldsymbol{f}_{a,2} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{b,3} = \boldsymbol{f}_{b,2} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$



1. Wrenches an den Kontakt-punkten

2. Grasp Wrench Space zeichnen für p_1 und p_2

   Zweifingergriff

3. Grasp Wrench Space zeichnen für p_1, p_2 und p_3 Dreifinger

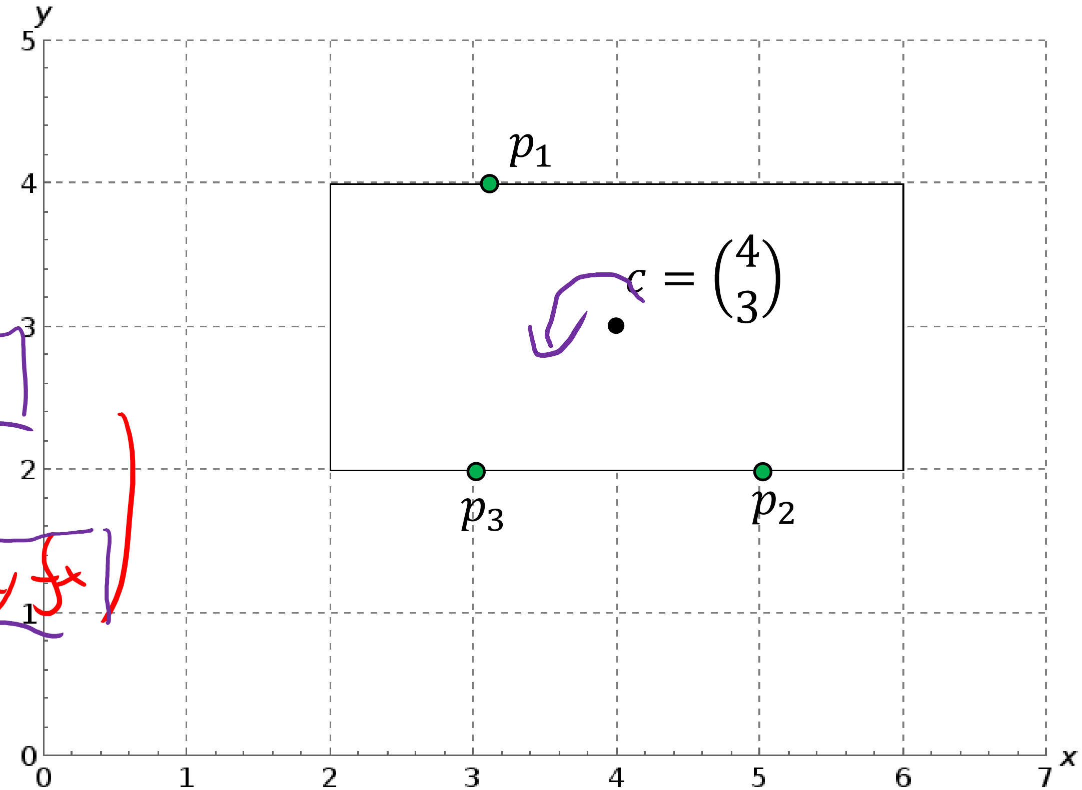
Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen

- Wrenches in 2D: $w = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ \tau \end{pmatrix}$

3D: $\omega = (f_x, f_y, f_z, \tau_x, \tau_y, \tau_z)^T$

- Drehmoment in 2D:
  $\tau = \boldsymbol{d} \times \boldsymbol{f} = \boxed{d_x \cdot f_y - d_y \cdot f_x}$

$$\begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \boxed{d_x \cdot f_y - d_y f_x} \end{pmatrix}$$



$p_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $p_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, $p_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen

- Wrenches in 2D: $w = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ \tau \end{pmatrix}$

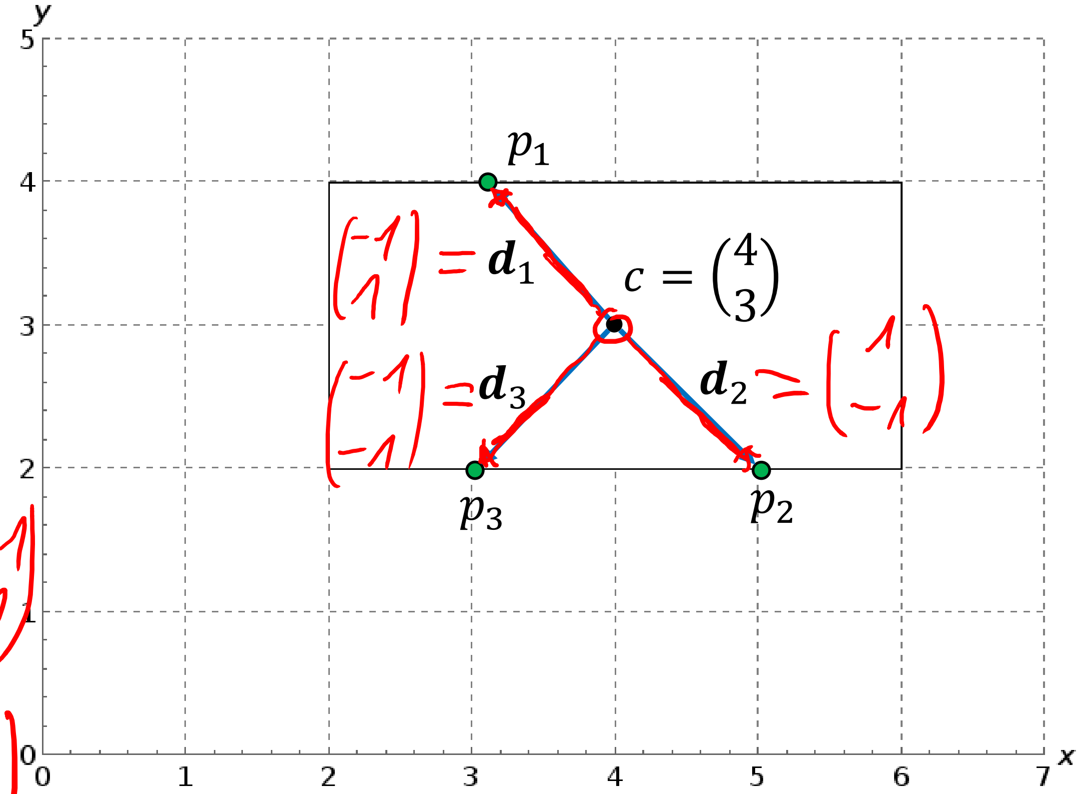
- Drehmoment in 2D:

$$\tau = \boxed{\boldsymbol{d}} \times \boldsymbol{f} = d_x \cdot f_y - d_y \cdot f_x$$

$$\boldsymbol{d}_1 = p_1 - c = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{d}_2 = p_2 - c = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{d}_3 = p_3 - c = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

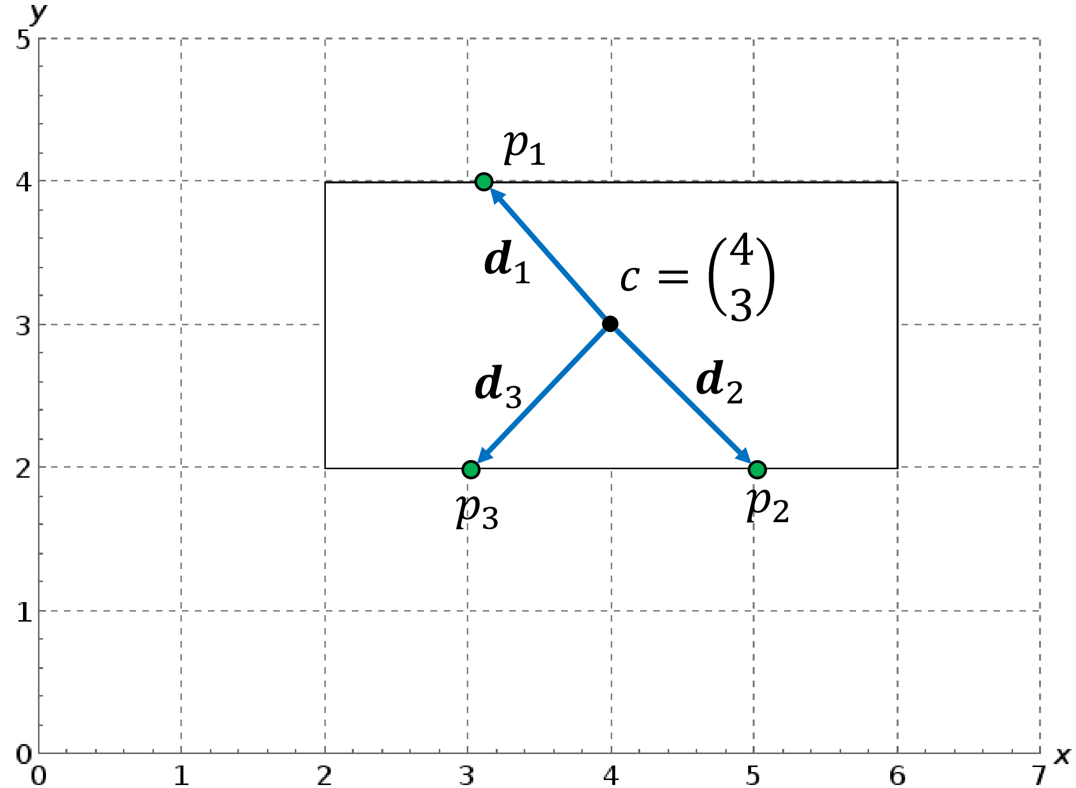


$p_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $p_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, $p_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen

- Wrenches in 2D: $w = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ \tau \end{pmatrix}$

- Drehmoment in 2D:
  $\tau = \boldsymbol{d} \times \boldsymbol{f} = d_x \cdot f_y - d_y \cdot f_x$



$$\boldsymbol{d}_1 = p_1 - c$$
$$= \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$p_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, p_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}, p_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{d}_2 = p_2 - c = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{d}_3 = p_3 - c = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

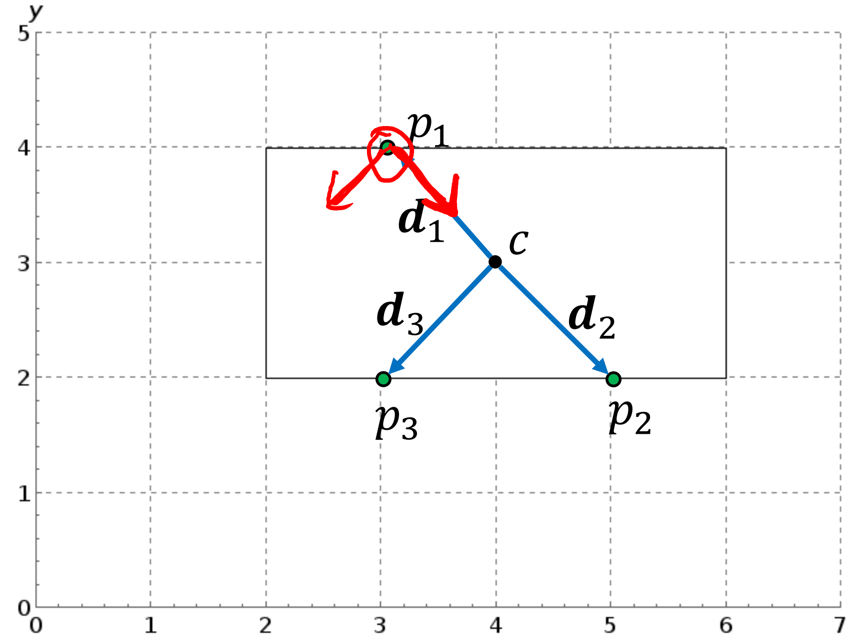
Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen

$$\boldsymbol{d}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{a,1} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{b,1} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

$$\tau_{a,1} = d_1 \times f_{a,1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

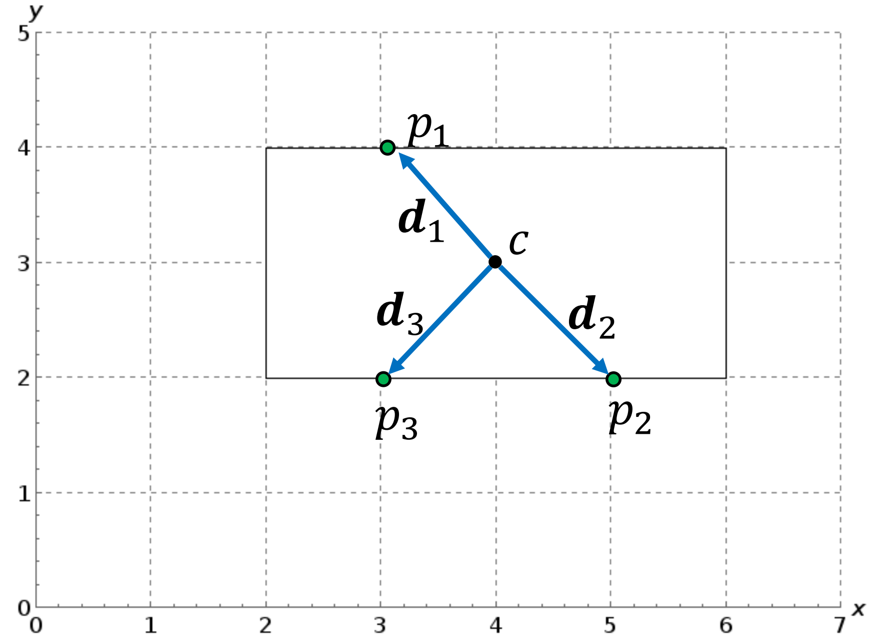
$$= (-1) \cdot (-0.5) - 0.5 \cdot 1$$

$$= 0.5 - 0.5 = \underline{0} \quad ?$$



Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen

$$\boldsymbol{d}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{a,1} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{b,1} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$



$$\tau_{a,1} = \boldsymbol{d}_1 \times \boldsymbol{f}_{a,1}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

$$= (-1) \cdot (-0.5) - 1 \cdot 0.5$$

$$= 0.5 - 0.5 = 0$$

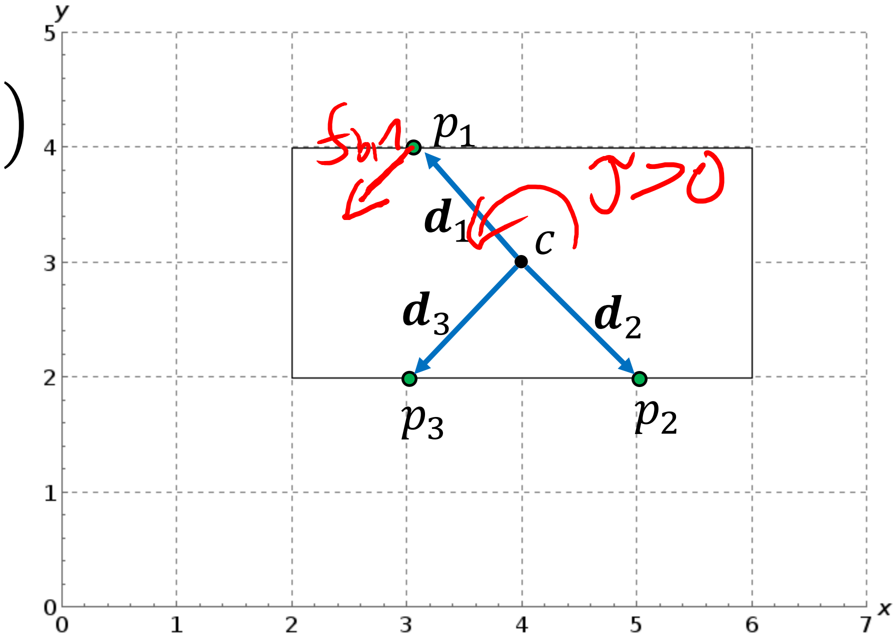
Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen

$$\boldsymbol{d}_1 = \begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{a,1} = \begin{pmatrix}0.5\\-0.5\end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{b,1} = \begin{pmatrix}-0.5\\-0.5\end{pmatrix}$$

$$\tau_{b,1} = d_1 \times f_{b,1} = \begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}-0.5\\-0.5\end{pmatrix}$$

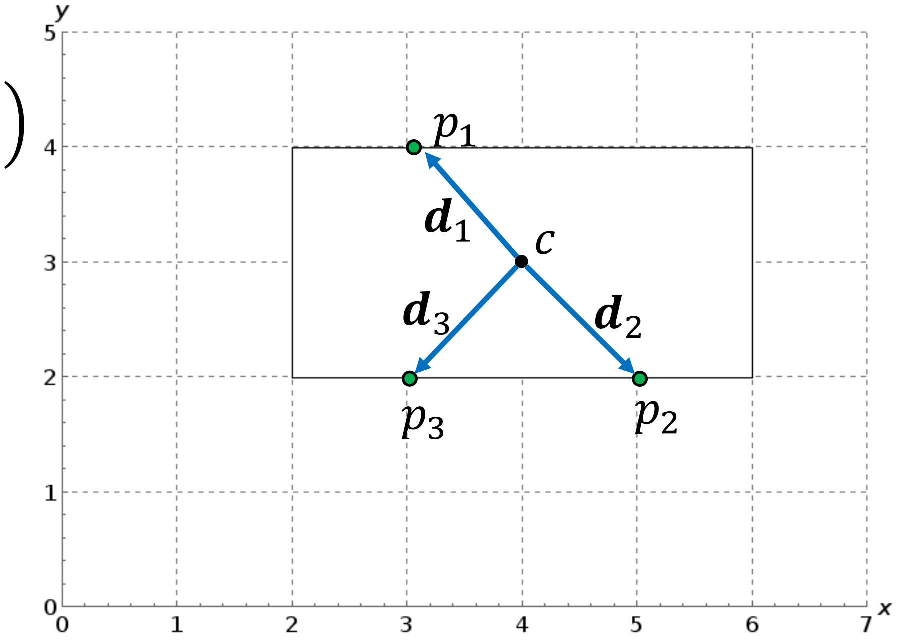
$$= (-1)\cdot(-0.5) - (-0.5)\cdot 1$$

$$= 0.5 + 0.5 = 1 \checkmark$$



Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen

$$\boldsymbol{d}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{a,1} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{b,1} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$



$$\tau_{b,1} = \boldsymbol{d}_1 \times \boldsymbol{f}_{b,1}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

$$= (-1) \cdot (-0.5) - 1 \cdot (-0.5)$$

$$= 0.5 + 0.5 = 1$$

Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen

$$\boldsymbol{d}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{a,2} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{b,2} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

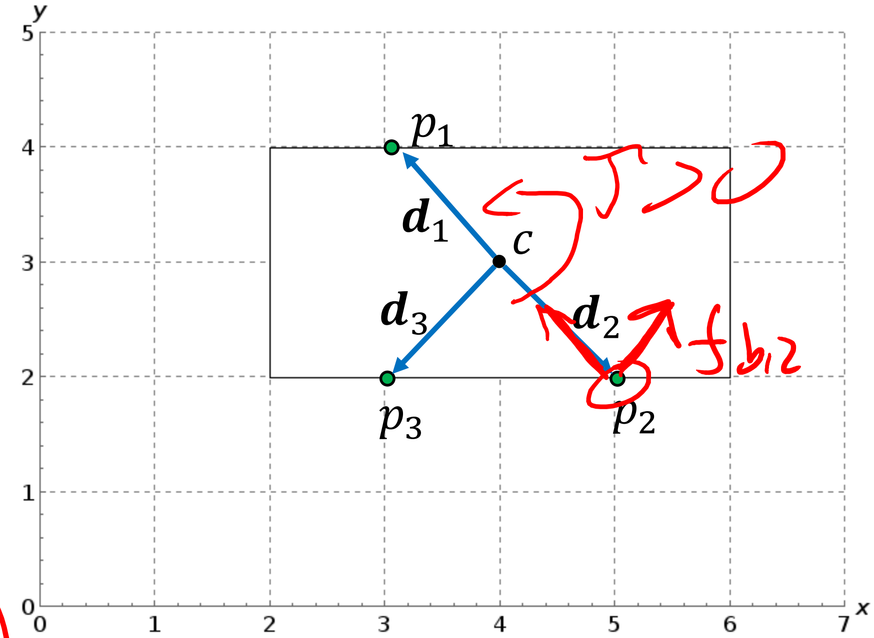
$$\tau_{a,2} = d_2 \times f_{a,2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$= 0.5 - (-0.5)(-1)$$

$$= 0.5 - 0.5 = 0$$

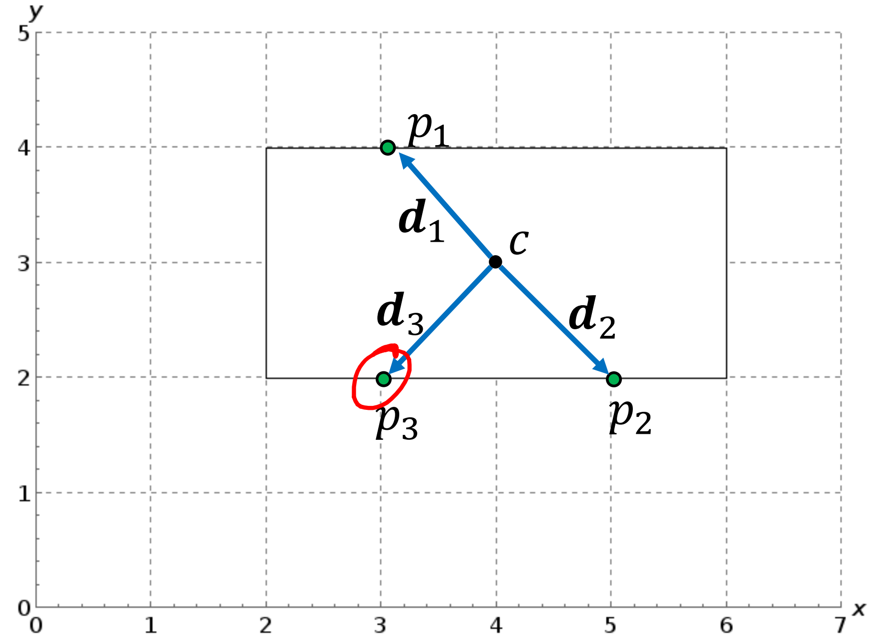
$$\tau_{b,2} = d_2 \times f_{b,2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$= 0.5 - (-0.5) = 1$$



Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen

$$\boldsymbol{d}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{a,2} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{b,2} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$



$$\tau_{a,2} = \boldsymbol{d}_2 \times \boldsymbol{f}_{a,2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$= 1 \cdot 0.5 - (-1) \cdot (-0.5)$$

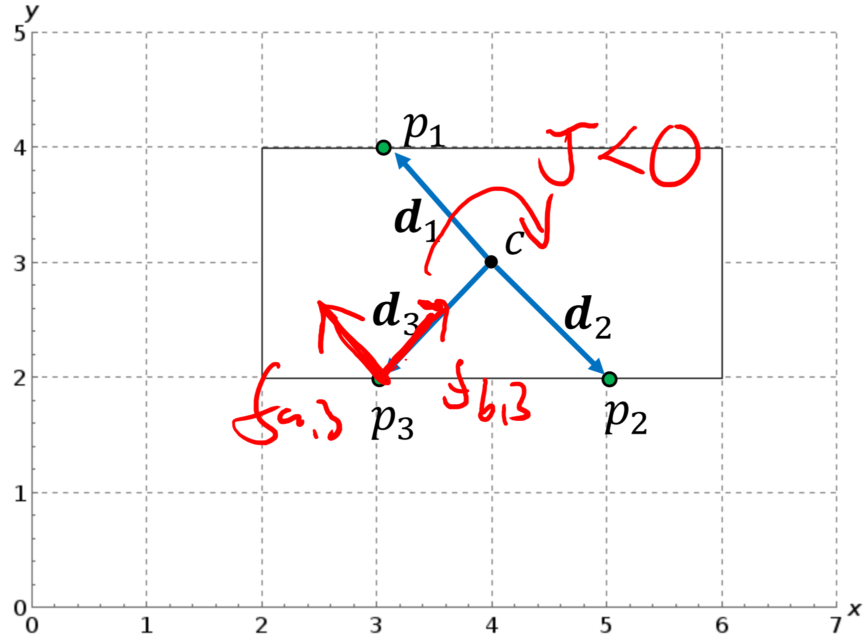
$$= 0.5 - 0.5 = 0$$

$$\tau_{b,2} = \boldsymbol{d}_2 \times \boldsymbol{f}_{b,2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$= 1 \cdot 0.5 - (-1) \cdot 0.5$$

$$= 0.5 + 0.5 = 1$$

Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen



$$\boldsymbol{d}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{a,3} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{b,3} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\tau_{a,3} = d_3 \times f_{a,3} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$= -0.5 - (-1) \cdot (-0.5)$$

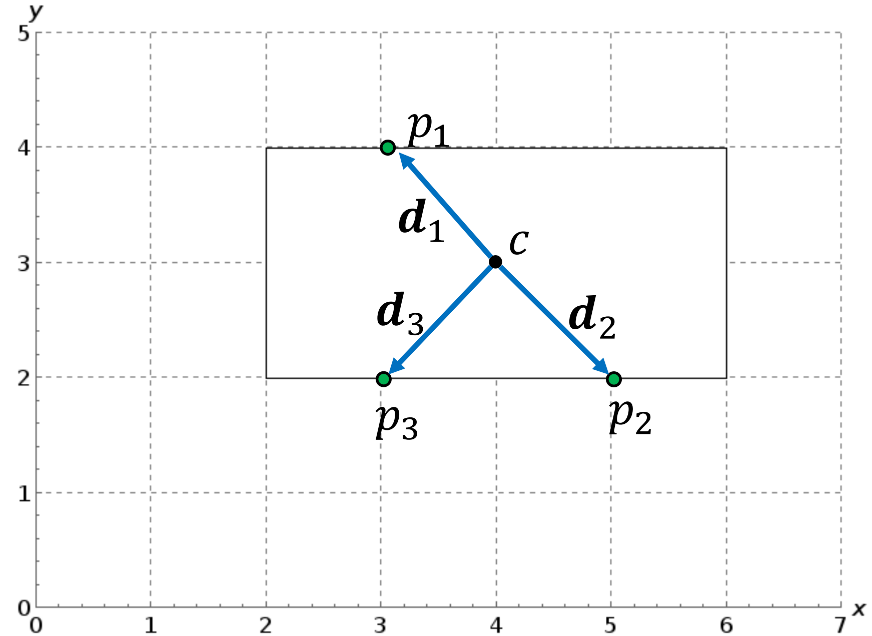
$$= -0.5 - 0.5 = -1$$

$$\tau_{b,3} = d_3 \times f_{b,3} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$= -0.5 - (-0.5) = 0$$

Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen

$$\boldsymbol{d}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{a,3} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_{b,3} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$



$$\tau_{a,3} = \boldsymbol{d}_3 \times \boldsymbol{f}_{a,3} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$= (-1) \cdot 0.5 - (-1) \cdot (-0.5)$$

$$= -0.5 - 0.5 = -1$$

$$\tau_{b,3} = \boldsymbol{d}_3 \times \boldsymbol{f}_{b,3} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$= (-1) \cdot 0.5 - (-1) \cdot 0.5$$

$$= -0.5 + 0.5 = 0$$

Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen

$$\boldsymbol{f}_{a,1} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{f}_{b,1} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

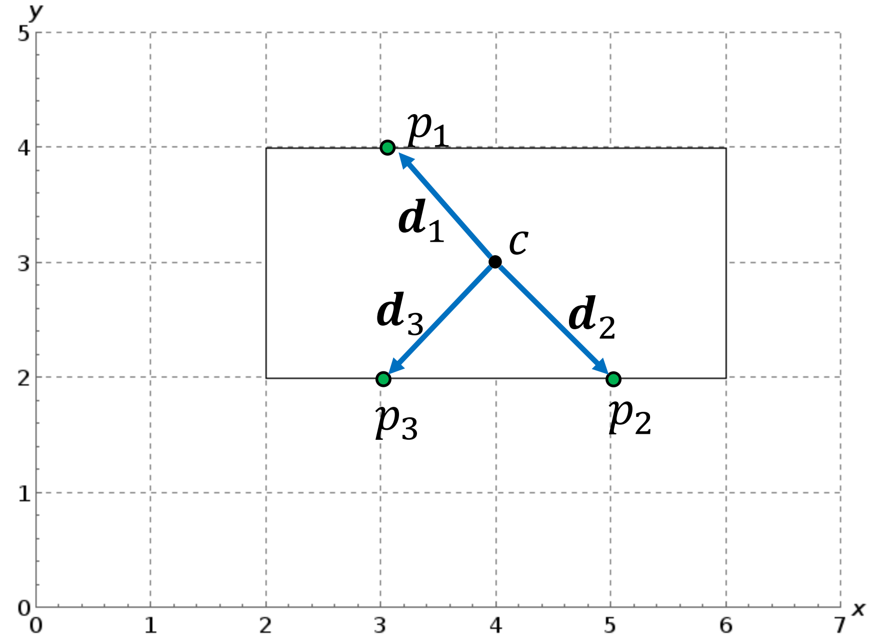
$$\boldsymbol{f}_{a,3} = \boldsymbol{f}_{a,2} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{b,3} = \boldsymbol{f}_{b,2} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$\tau_{a,1} = 0, \qquad \tau_{b,1} = 1$

$\tau_{a,2} = 0, \qquad \tau_{b,2} = 1$

$\tau_{a,3} = -1, \qquad \tau_{b,3} = 0$



$w_{a,1} = (f_{a,1}, \tau_{a,1})^T = (0.5, -0.5, 0)$

Aufgabe 2.1: Wrenches berechnen

$$\boldsymbol{f}_{a,1} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{f}_{b,1} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

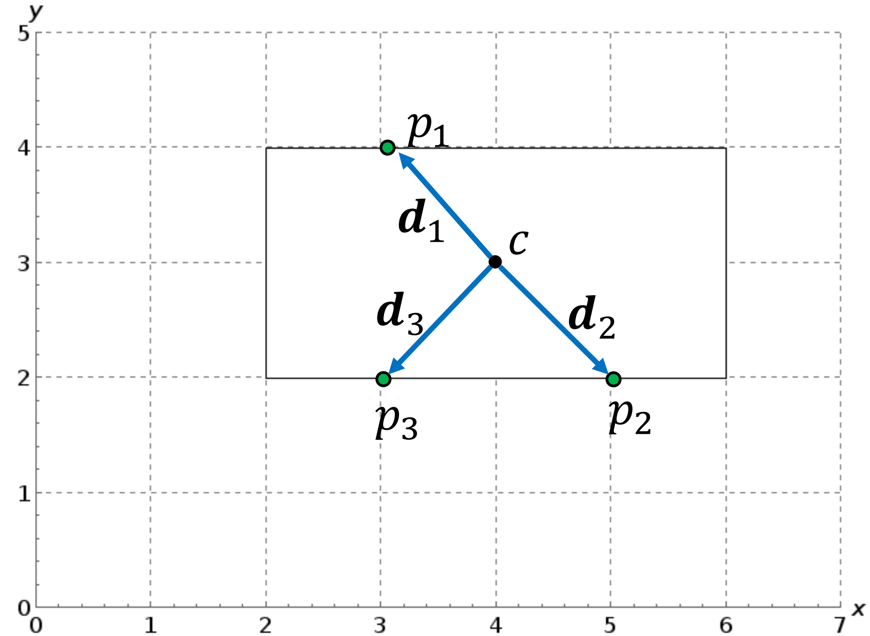
$$\boldsymbol{f}_{a,3} = \boldsymbol{f}_{a,2} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}_{b,3} = \boldsymbol{f}_{b,2} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\tau_{a,1} = 0, \qquad \tau_{b,1} = 1$$

$$\tau_{a,2} = 0, \qquad \tau_{b,2} = 1$$

$$\tau_{a,3} = -1, \qquad \tau_{b,3} = 0$$



$$w_{a,1} = (\boldsymbol{f}_{a,1}, \tau_{a,1}) = (0.5, -0.5, 0) \qquad w_{b,1} = (\boldsymbol{f}_{b,1}, \tau_{b,1}) = (-0.5, -0.5, 1)$$

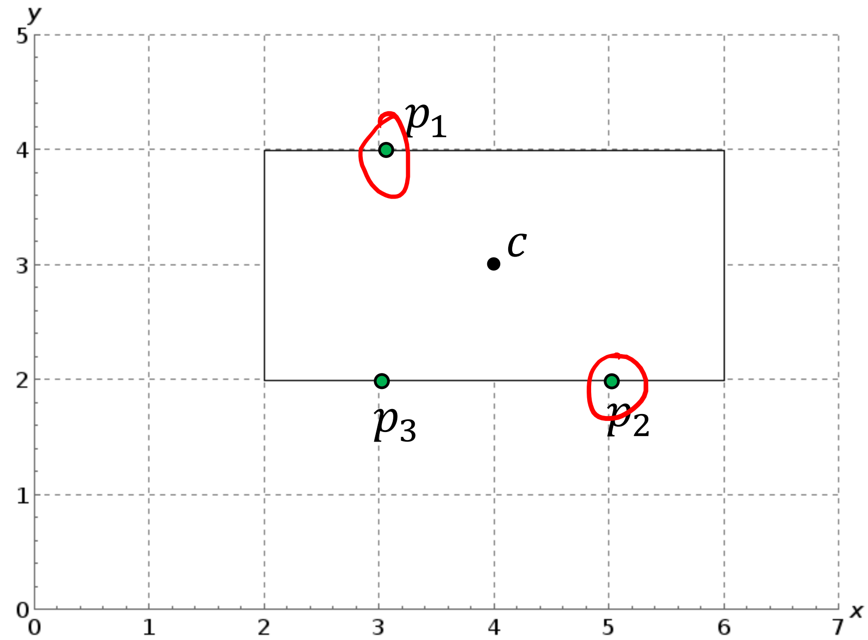
$$w_{a,2} = (\boldsymbol{f}_{a,2}, \tau_{a,2}) = (-0.5, 0.5, 0) \qquad w_{b,2} = (\boldsymbol{f}_{b,2}, \tau_{b,2}) = (0.5, 0.5, 1)$$

$$w_{a,3} = (\boldsymbol{f}_{a,3}, \tau_{a,3}) = (-0.5, 0.5, -1) \qquad w_{b,2} = (\boldsymbol{f}_{b,3}, \tau_{b,3}) = (0.5, 0.5, 0)$$

$w \subset \mathbb{R}^3$

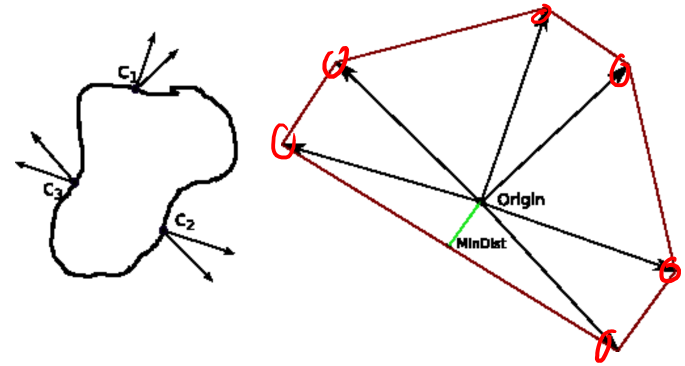
Aufgabe 2.2: Grasp Wrench Space zeichnen (2 Punkte)

- Zeichnen Sie die Projektion des Grasp Wrench Space auf die (f_y, τ)-Ebene für die Punkte p_1, p_2



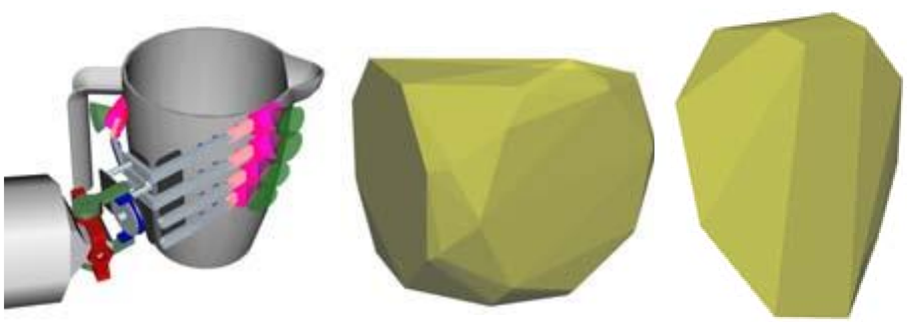
Grasp Wrench Space

- Grasp Wrench Space (GWS):
  Konvexe Hülle über die Vereinigung aller Kontakt-Wrenches



2D Beispiel mit 3 Kontakten (Kraft)

- Qualitätsmaß
  - Kraftschluss (force closure):
    GWS enthält Ursprung (0,0,0)
  - Volumen (V): Volumen des GWS F
  - Epsilon (ε): größter einschließende Kugel, bzw. kleinste Distanz ε vom Ursprung zum Rand des GWS 2D: Kreis



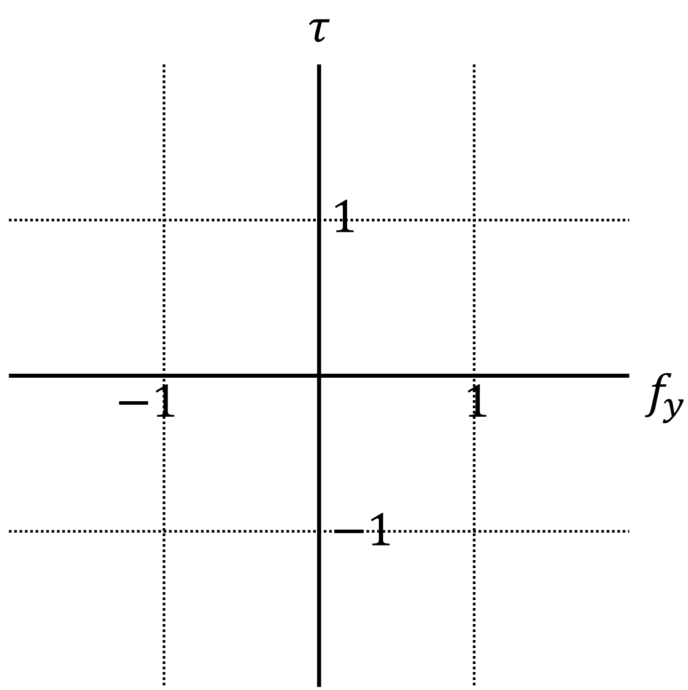
Visualisierungen des GWS für einen Griff

N. Vahrenkamp, T. Asfour and R. Dillmann, *Simultaneous Grasp and Motion Planning*, IEEE Robotics and Automation Magazine, Vol. 19, No. 2, pp. 43 - 57, June, 2012

Aufgabe 2.2: Grasp Wrench Space zeichnen (2 Punkte)

$$w_{a,1} = (0.5, \quad -0.5, \quad 0) \qquad w_{b,1} = (-0.5, -0.5, \quad 1)$$
$$w_{a,2} = (-0.5, \quad 0.5, \quad 0) \qquad w_{b,2} = (0.5, \quad 0.5, \quad 1)$$

- Projektion des Grasp Wrench Space auf (f_y, τ) für die Punkte p_1 und p_2



Aufgabe 2.2: Grasp Wrench Space zeichnen (2 Punkte)

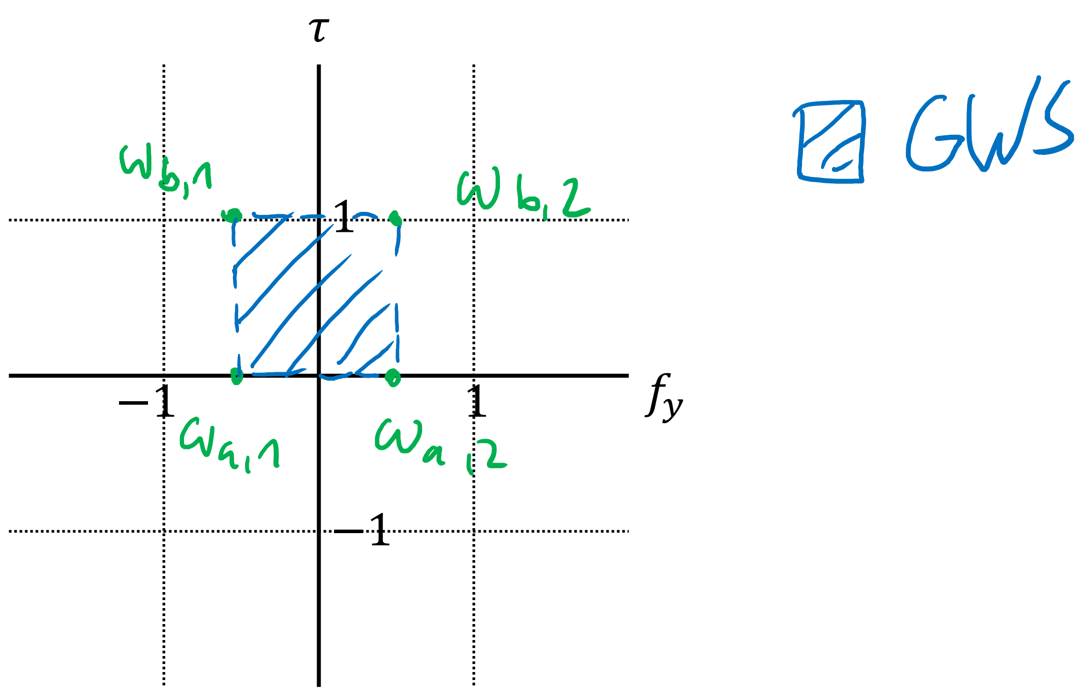
$w_{a,1} = (0.5, \quad -0.5, \quad 0)$

$w_{a,2} = (-0.5, \quad 0.5, \quad 0)$

$w_{b,1} = (-0.5, -0.5, \quad 1)$

$w_{b,2} = (0.5, \quad 0.5, \quad 1)$

- Projektion des Grasp Wrench Space auf (f_y, τ) für die Punkte p_1 und p_2

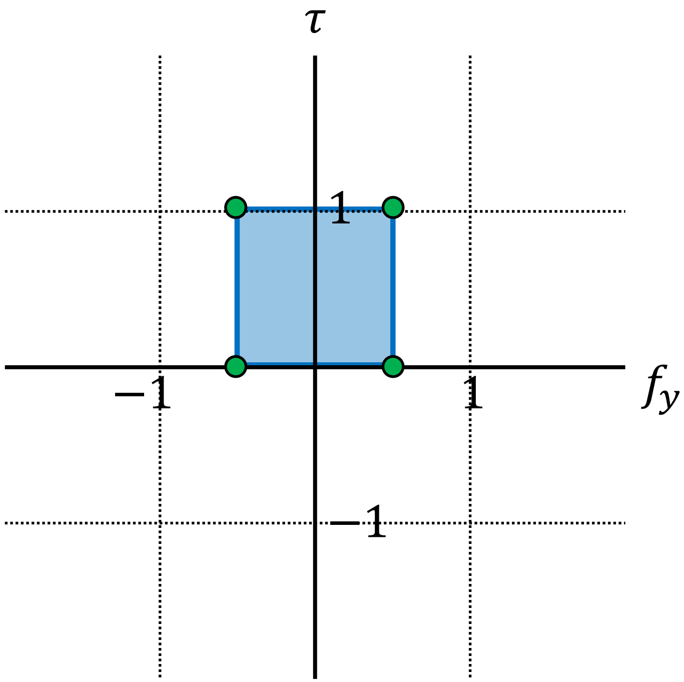


Aufgabe 2.2: Grasp Wrench Space zeichnen (2 Punkte)

$w_{a,1} = (0.5, \quad -0.5, \quad 0)$ $\qquad w_{b,1} = (-0.5, -0.5, \quad 1)$

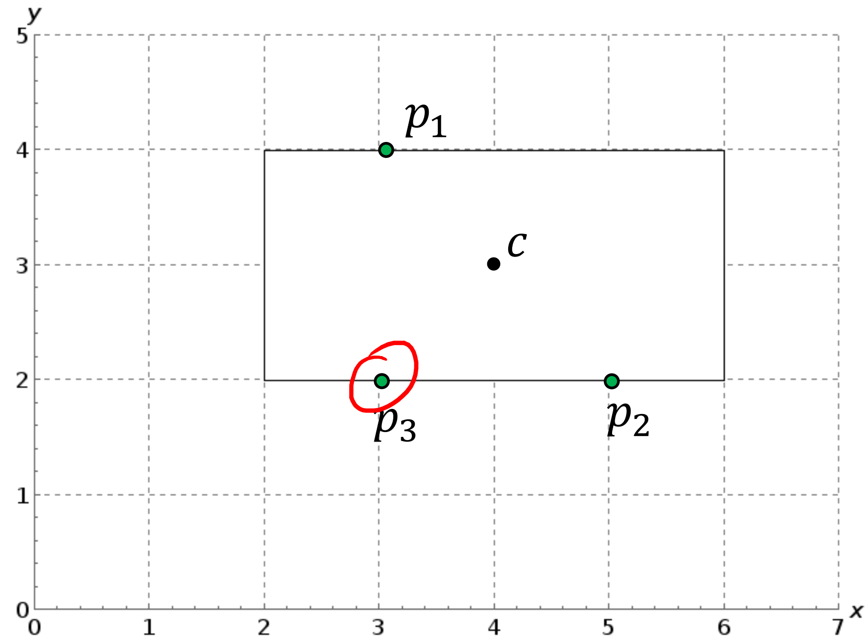
$w_{a,2} = (-0.5, \quad 0.5, \quad 0)$ $\qquad w_{b,2} = (0.5, \quad 0.5, \quad 1)$

- Projektion des Grasp Wrench Space auf (f_y, τ) für die Punkte p_1 und p_2



Aufgabe 2.3: Grasp Wrench Space zeichnen

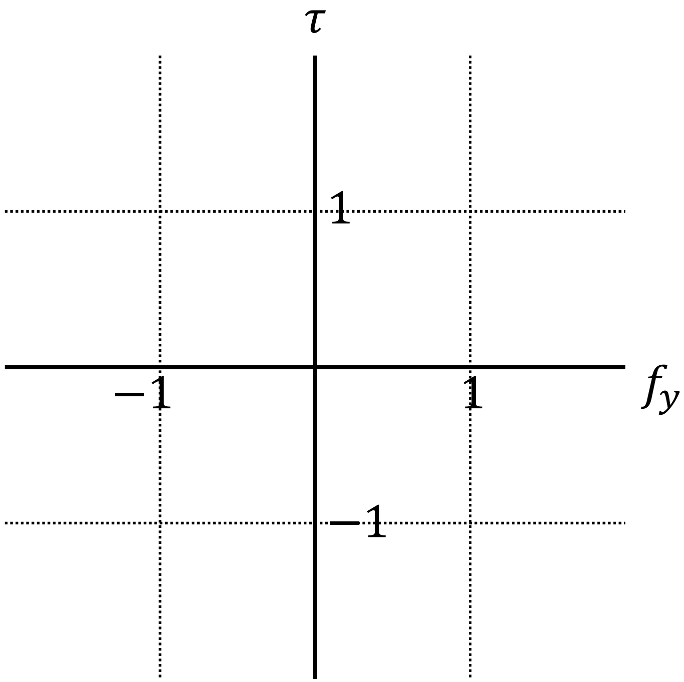
- Zeichnen Sie die Projektion des Grasp Wrench Space auf die (f_y, τ)-Ebene für die Punkte p_1, p_2, p_3



Aufgabe 2.3: Grasp Wrench Space zeichnen (3 Punkte)

$$w_{a,1} = (0.5, \quad -0.5, \quad 0) \qquad w_{b,1} = (-0.5, -0.5, \quad 1)$$
$$w_{a,2} = (-0.5, \quad 0.5, \quad 0) \qquad w_{b,2} = (0.5, \quad 0.5, \quad 1)$$
$$w_{a,3} = (-0.5, \quad 0.5, -1) \qquad w_{b,3} = (0.5, \quad 0.5, \quad 0)$$

- Projektion des Grasp Wrench Space auf (f_y, τ) für die Punkte p_1, p_2 und p_3.



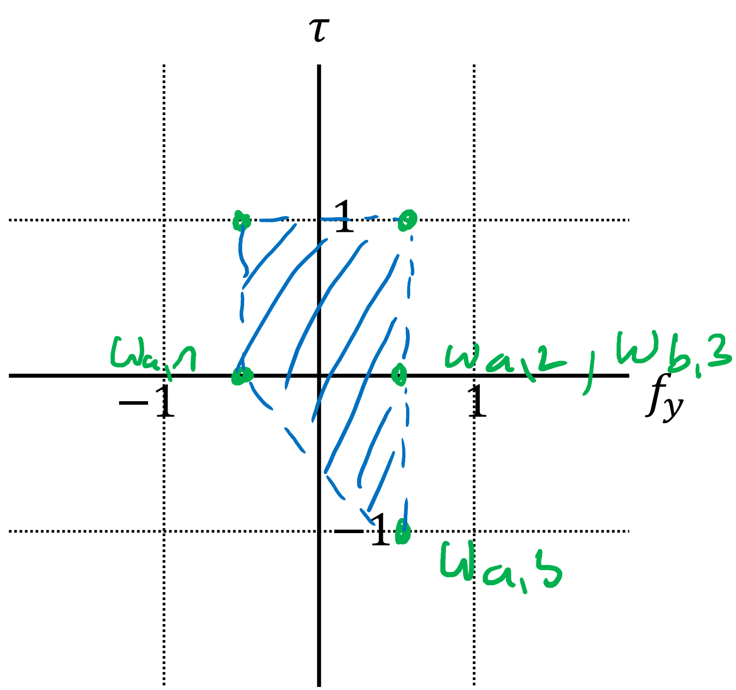
Aufgabe 2.3: Grasp Wrench Space zeichnen (3 Punkte)

$w_{a,1} = (0.5, \; -0.5, \; 0)$ $\quad$ $w_{b,1} = (-0.5, -0.5, \; 1)$

$w_{a,2} = (-0.5, \; 0.5, \; 0)$ $\quad$ $w_{b,2} = (0.5, \; 0.5, \; 1)$

$w_{a,3} = (-0.5, \; 0.5, -1)$ $\quad$ $w_{b,3} = (0.5, \; 0.5, \; 0)$

- Projektion des Grasp Wrench Space auf (f_y, τ) für die Punkte p_1, p_2 und p_3.



GWS

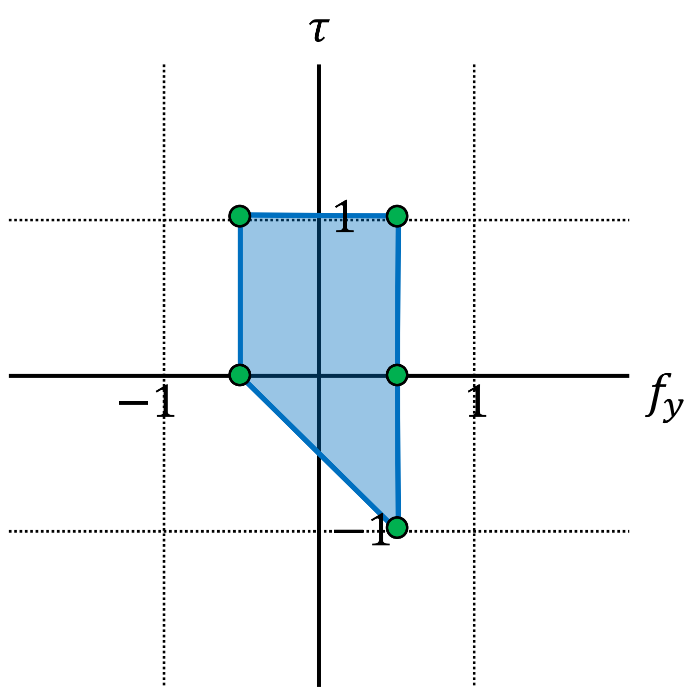
Aufgabe 2.3: Grasp Wrench Space zeichnen (3 Punkte)

$w_{a,1} = (0.5, \quad -0.5, \quad 0)$ $\qquad w_{b,1} = (-0.5, -0.5, \ 1)$

$w_{a,2} = (-0.5, \quad 0.5, \quad 0)$ $\qquad w_{b,2} = (0.5, \quad 0.5, \ 1)$

$w_{a,3} = (-0.5, \quad 0.5, -1)$ $\qquad w_{b,3} = (0.5, \quad 0.5, \ 0)$

- Projektion des Grasp Wrench Space auf (f_y, τ) für die Punkte p_1, p_2 und p_3.

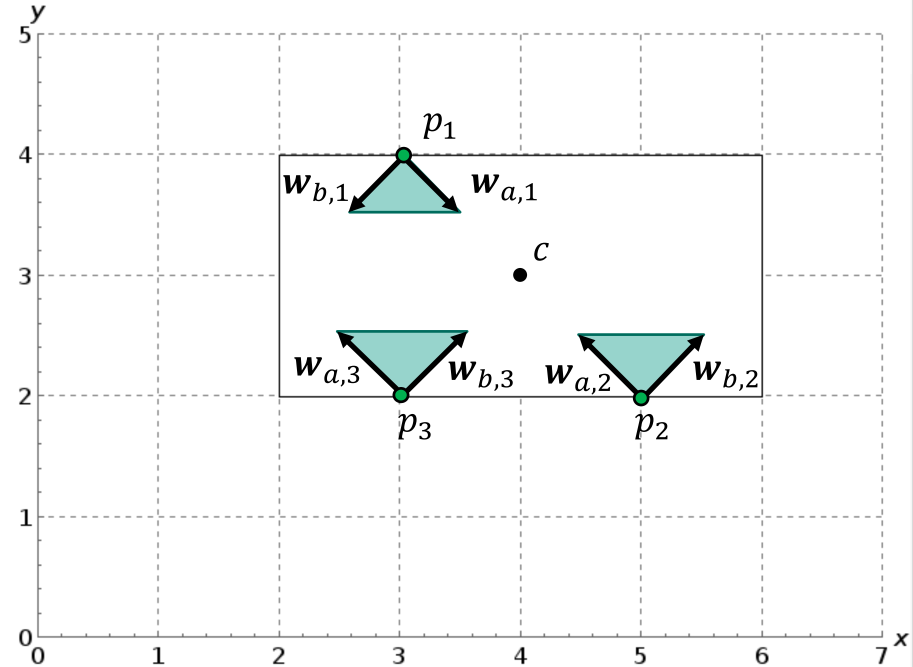


Aufgabe 3: Kraftgeschlossenheit

- Zeigen Sie, ob die folgenden Griffe kraftgeschlossen sind:

  1. Dreifinger: p_1, p_2 und p_3
  2. Zweifinger: p_1 und p_2

- Wie würden Sie die ε-Metrik für die zwei Griffe berechnen?



Kraftgeschlossene Griffe

- Während der Transferbewegung und der Ausführung einer Greif-operation ist ein gegriffenes Objekt verschiedenen **externen Kräften und Momenten** ausgesetzt.

- Die Stabilität eines Griffes erfordert, dass das gegriffene Objekt im Kräftegleichgewicht bleibt. Dies bedeutet, dass die Kräfte und Momente, die durch die Handfinger auf das gegriffene Objekt ausgeübt werden, sämtliche externen Kräfte und Momente **kompensieren** müssen.

- Sind die externen Kräfte wie z.B. Störkräfte im Voraus nicht bekannt, bietet sich das kraftgeschlossene Greifen zur Erreichung eines stabilen Griffes an.

Kraftgeschlossene Griffe

- Ein durch eine Greifmatrix G spezifizierter Griff ist **kraftgeschlossen**, falls:

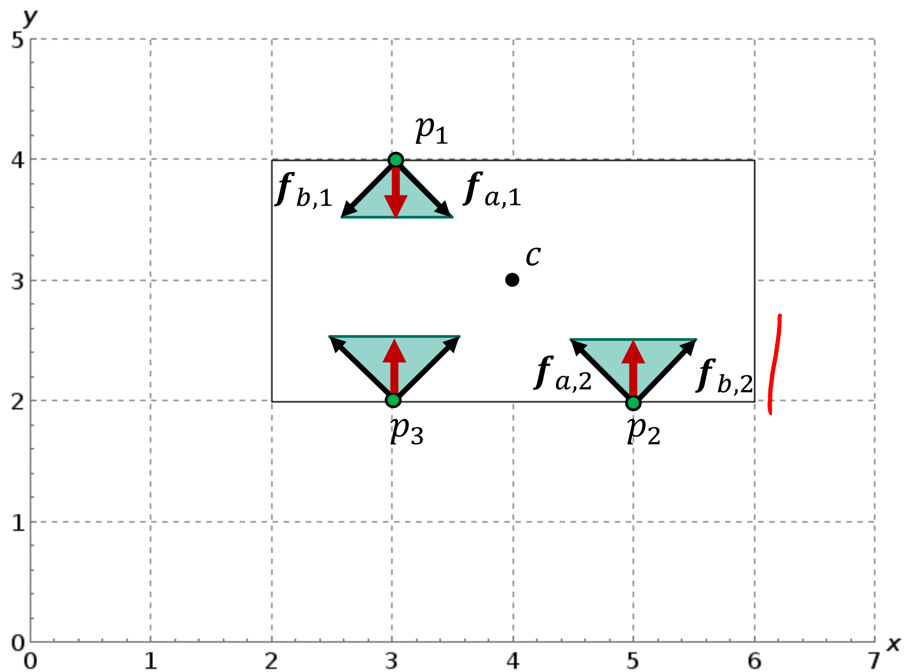
3D

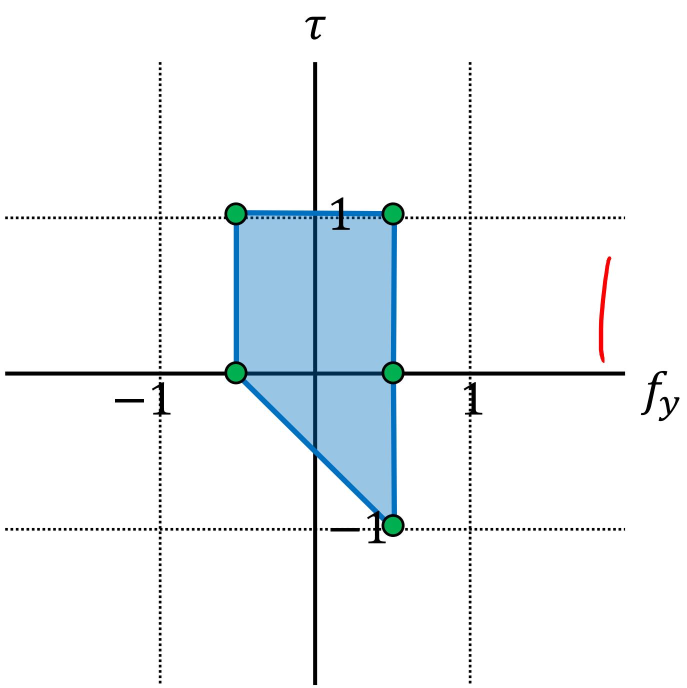
$$\forall\, \boldsymbol{e} = (f_x, f_y, f_z, \tau_x, \tau_y, \tau_z)^T \in R^6$$

$$\exists\, \boldsymbol{c} \in R^{3m}, \quad \boldsymbol{c} \neq \boldsymbol{0} \qquad : \qquad \boldsymbol{G} \cdot \boldsymbol{c} + \boldsymbol{e} = \boldsymbol{0}$$

kompensieren

Aufgabe 3.1: Kraftgeschlossenheit





Ist der Griff **kraftgeschlossen**?

$\exists\, \boldsymbol{c} \in R^{3m},\ \boldsymbol{c} \neq \boldsymbol{0} \quad : \quad \boldsymbol{G} \cdot \boldsymbol{c} + \boldsymbol{e} = \boldsymbol{0}$

Greifmatrix in 3D

Die Wrenchvektoren können für einen räumlichen Griff als Spaltenvektoren einer $6\ x\ 3m$ Matrix G dargestellt werden:

$$G = \left[\, {}^{1}\boldsymbol{w}_{n},\ {}^{1}\boldsymbol{w}_{t},\ \cancel{{}^{1}\boldsymbol{w}_{\theta}}, \cdots, {}^{m}\boldsymbol{w}_{n},\ {}^{m}\boldsymbol{w}_{t},\ \cancel{{}^{m}\boldsymbol{w}_{\theta}} \,\right] \in \mathbb{R}^{6x3m}$$

$\mathbb{R}^{3\times 2m}$

m ist die Anzahl der Kontaktpunkte

Die Matrix $\boldsymbol{G}$ repräsentiert die geometrischen und physikalischen Eigenschaften eines Fingerspitzengriffes und wird im folgenden als **Greifmatrix** bezeichnet.

Für die Skalare erhält man den Vektor:

$$\vec{c} = \left(\, {}^{1}c_{n},\ {}^{1}c_{t},\ \cancel{{}^{1}c_{\theta}}, \cdots\ {}^{m}c_{n},\ {}^{m}c_{t},\ \cancel{{}^{m}c_{\theta}} \,\right) \in \mathbb{R}^{\cancel{3m}\ 2m}$$

Kraftgeschlossenheit

- Modifizierte Greifmatrix (2D)

$$G' = [\underbrace{\boldsymbol{w}_{a,1}, \boldsymbol{w}_{b,1}}_{\text{Ränder vom Reibungsdreieck}}, \boldsymbol{w}_{a,2}, \boldsymbol{w}_{b,2}, \dots, \boldsymbol{w}_{a,m}, \boldsymbol{w}_{b,m}] \in \mathbb{R}^{3x2m}$$

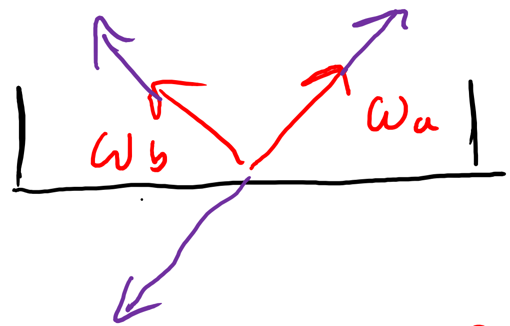
m: Anzahl Kontakte

Kraftgeschlossenheit

- Modifizierte Greifmatrix (2D)

$$G' = \left[\boldsymbol{w}_{a,1}, \boldsymbol{w}_{b,1}, \boldsymbol{w}_{a,2}, \boldsymbol{w}_{b,2}, \dots, \boldsymbol{w}_{a,m}, \boldsymbol{w}_{b,m}\right] \in \mathbb{R}^{3x2m}$$

- Griff ist kraftgeschlossen, wenn er **beliebigen externen Wrenches** widerstehen kann:



$$\forall\, \boldsymbol{e} = (f_x, f_y, \tau) \in \mathbb{R}^3 :$$

$$\exists\, \boldsymbol{c} \in R^{2m},\ \boldsymbol{c} \geq \boldsymbol{0} :$$ positiv

$$\iff \quad pos(G') = \mathbb{R}^3$$

$$\underbrace{G' \cdot \boldsymbol{c} + \boldsymbol{e} = 0}$$

$$G' \cdot c = \underbrace{-e}_{\text{beliebige Vektoren in } \mathbb{R}^3}$$

Kraftgeschlossenheit

- Modifizierte Greifmatrix (2D)

$$G' = \left[\boldsymbol{w}_{a,1}, \boldsymbol{w}_{b,1}, \boldsymbol{w}_{a,2}, \boldsymbol{w}_{b,2}, \dots, \boldsymbol{w}_{a,m}, \boldsymbol{w}_{b,m}\right] \in \mathbb{R}^{3x2m}$$

- Griff ist kraftgeschlossen, wenn er **beliebigen externen Wrenches** widerstehen kann:

$$\forall\ \boldsymbol{e} = \left(f_x, f_y, \tau\right) \in \mathbb{R}^3:$$

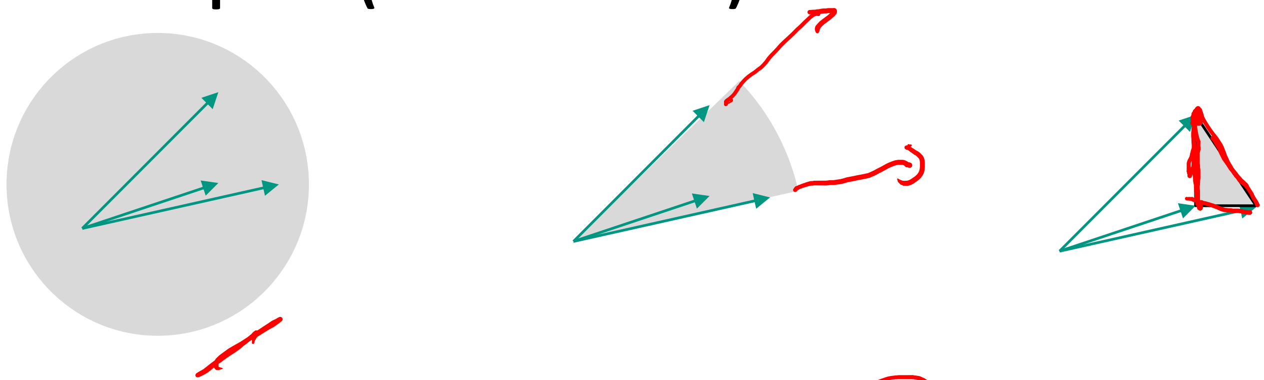
$$\exists\ \boldsymbol{c}\ \in R^{2m},\ \boldsymbol{c} \geq \boldsymbol{0}:$$

$$G' \cdot \boldsymbol{c} + \boldsymbol{e} = 0$$

G' spannt den gesamten Wrench Space positiv auf

$$\mathrm{pos}(G') = \mathbb{R}^3$$

Linearer Spann (Lineare Hülle)



Lineare Hülle

$\text{span}(A) =$
$\left\{ \sum_{i=1}^{j} c_i \cdot a_i \mid c_i \in \mathbb{R} \right\}$

Lineare Kombination von Spalten

Positive Lineare Hülle

$\text{pos}(A) =$
$\left\{ \sum_{i=1}^{j} c_i \cdot a_i \mid \underbrace{c_i \geq 0}_{\text{Bed. für Koeff.}} \right\}$

Konvexe Hülle

$\text{conv}(A) =$
$\left\{ \sum_{i=1}^{j} c_i \cdot a_i \mid c_i \geq 0 \text{ and } \underbrace{\sum_i c_i = 1}_{\text{Summe} = 1} \right\}$

$\text{conv}(A) \subseteq \text{pos}(A) \subseteq \text{span}(A)$

Kraftgeschlossenheit

- Griff ist kraftgeschlossen, wenn er **beliebigen externen Wrenches** widerstehen kann:

$$\forall\ \boldsymbol{e} = \left(f_x, f_y, \tau\right) \in \mathbb{R}^3:$$
$$\exists\ \boldsymbol{c}\ \in R^{2m},\ \boldsymbol{c} \geq \boldsymbol{0}:$$
$$G' \cdot \boldsymbol{c} + \boldsymbol{e} = 0$$

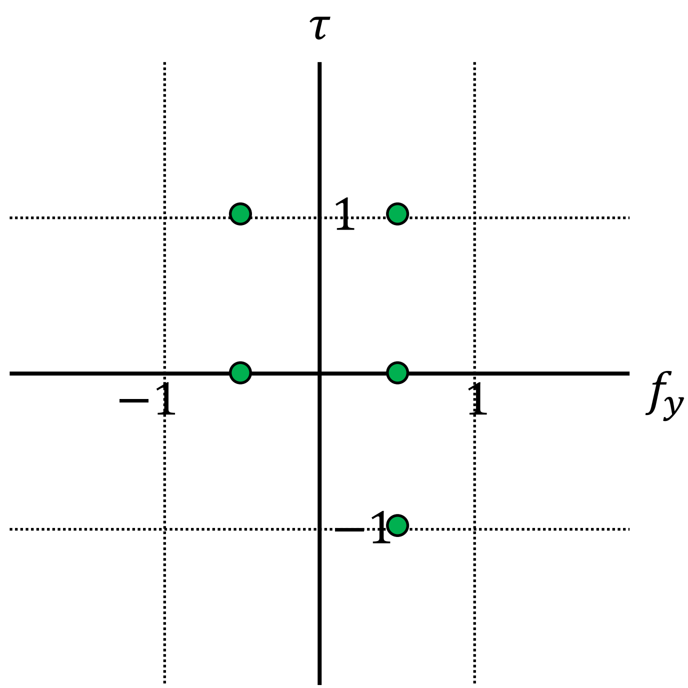
- Ist äquivalent zu:

$$\boxed{\operatorname{pos}(G') = \mathbb{R}^3}$$

- Wie können wir $\operatorname{pos}(G') = \mathbb{R}^3$ beweisen oder widerlegen?

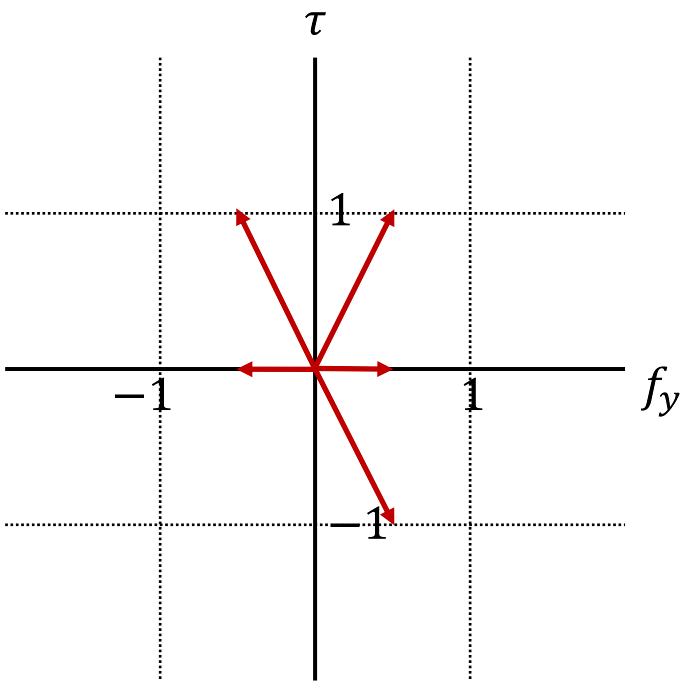
Aufgabe 3.1: Kraftgeschlossenheit

- Wrenches als Vektoren einzeichnen



Aufgabe 3.1: Kraftgeschlossenheit

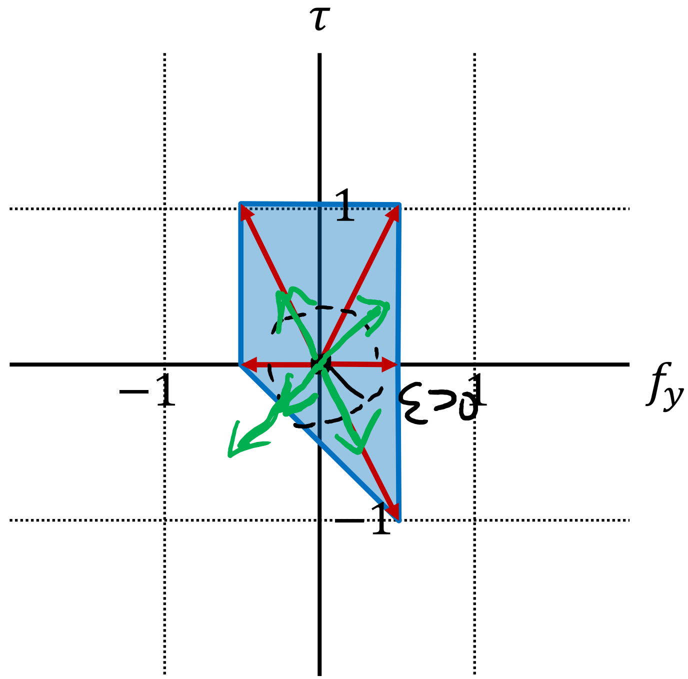
- Wrenches als Vektoren einzeichnen
- Konvexe Hülle der Wrenches: $\mathrm{conv}(G')$



Aufgabe 3.1: Kraftgeschlossenheit

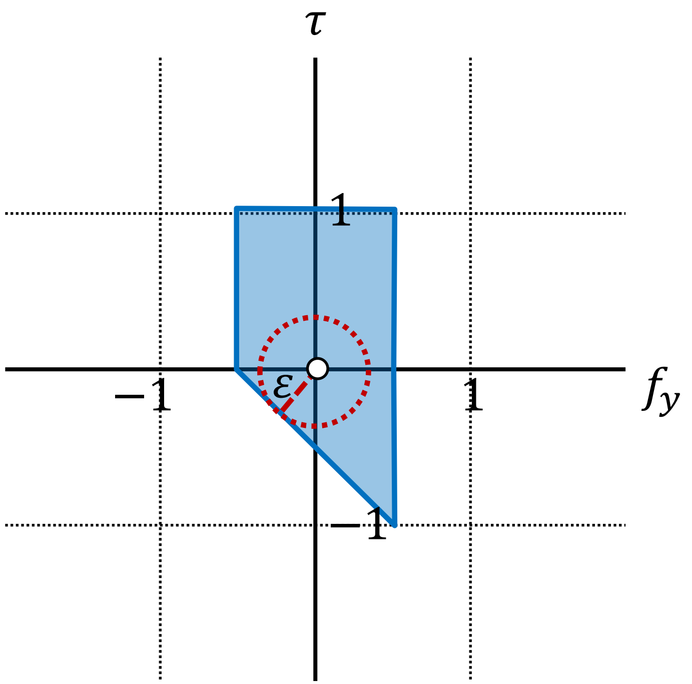
- Wrenches als Vektoren einzeichnen
- Konvexe Hülle der Wrenches: $\mathrm{conv}(G')$

Ursprung ist mit $\varepsilon > 0$
in GWS



Aufgabe 3.1: Kraftgeschlossenheit

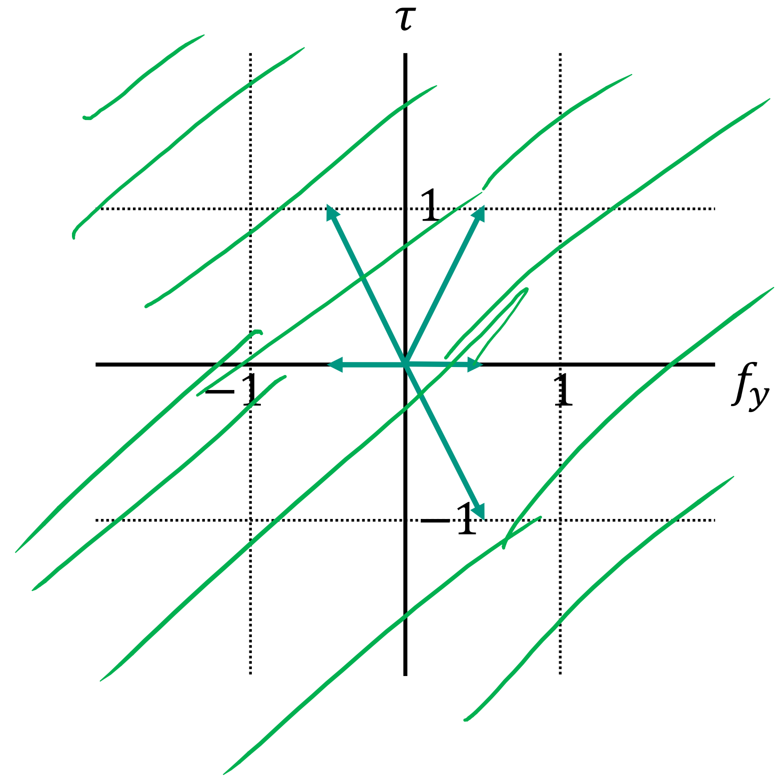
- Wrenches als Vektoren einzeichnen
- Konvexe Hülle der Wrenches: $\mathrm{conv}(G')$
- Wenn die konvexe Hülle der Wrenches den **Ursprung** mit einem minimalen Abstand $\varepsilon > 0$ zum Rand enthält, dann ist der Griff kraftgeschlossen.



Aufgabe 3.1: Kraftgeschlossenheit (Alternativ)

- Was ist $\mathrm{pos}(G')$?

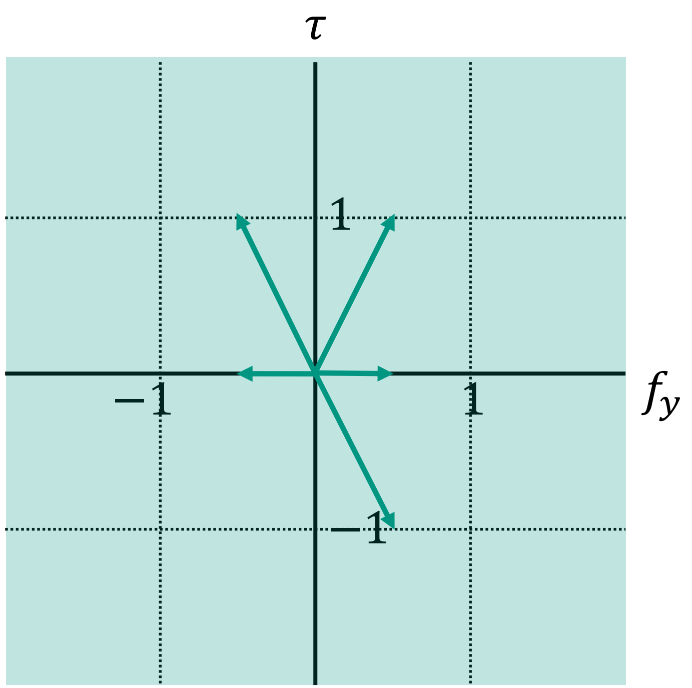
$\mathrm{pos}(G') = \mathbb{R}^3$



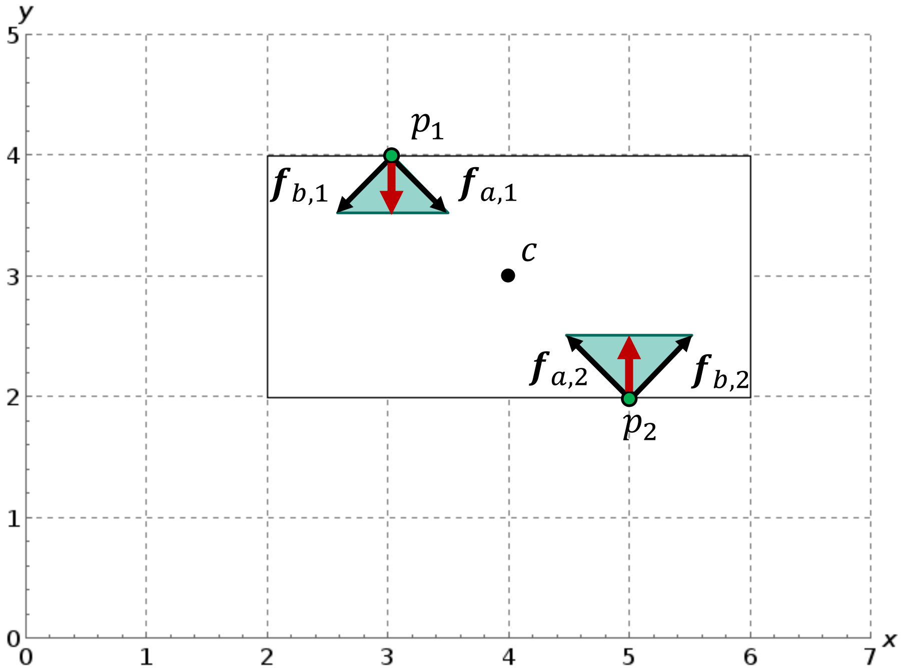
Aufgabe 3.1: Kraftgeschlossenheit (Alternativ)

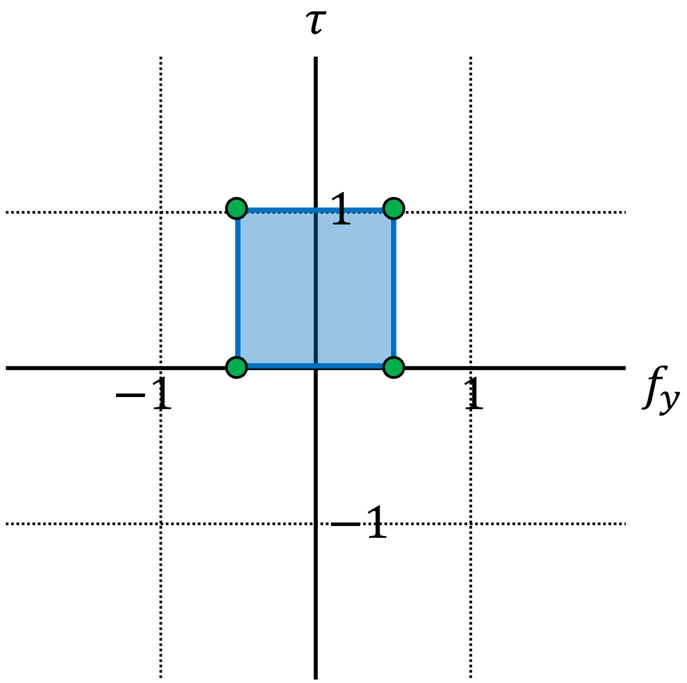
- Was ist $\mathrm{pos}(G')$?

$$\mathrm{pos}(G') = \left\{ \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ \tau \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \right\} = \mathbb{R}^3$$



Aufgabe 3.2: Kraftgeschlossenheit

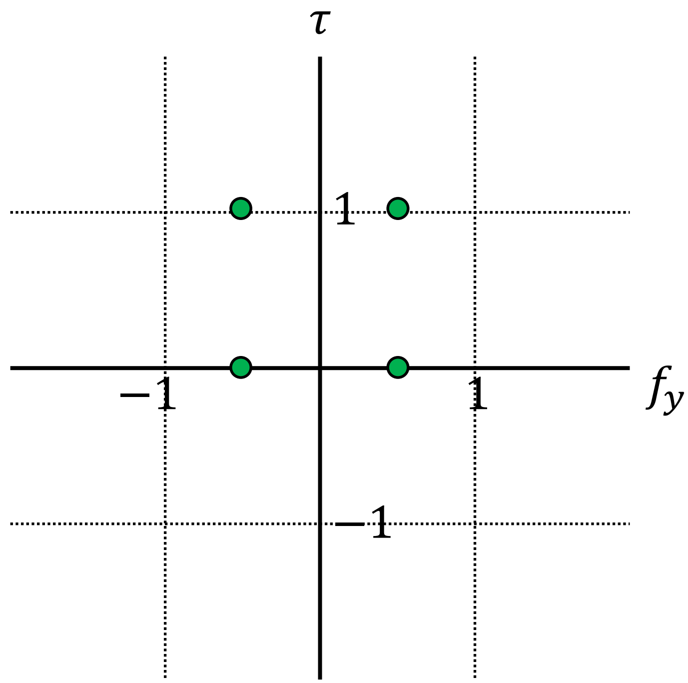




Ist der Griff **kraftgeschlossen**?

Aufgabe 3.2: Kraftgeschlossenheit

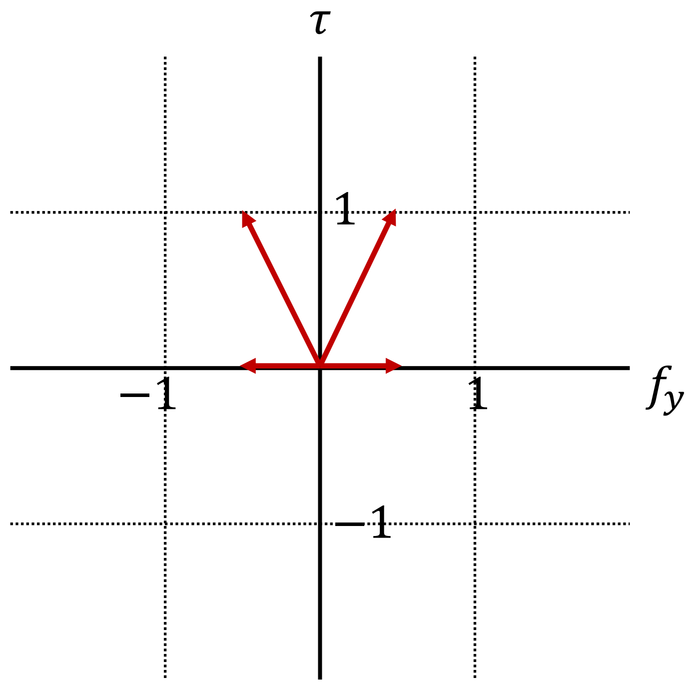
- Wrenches als Vektoren einzeichnen



Aufgabe 3.2: Kraftgeschlossenheit

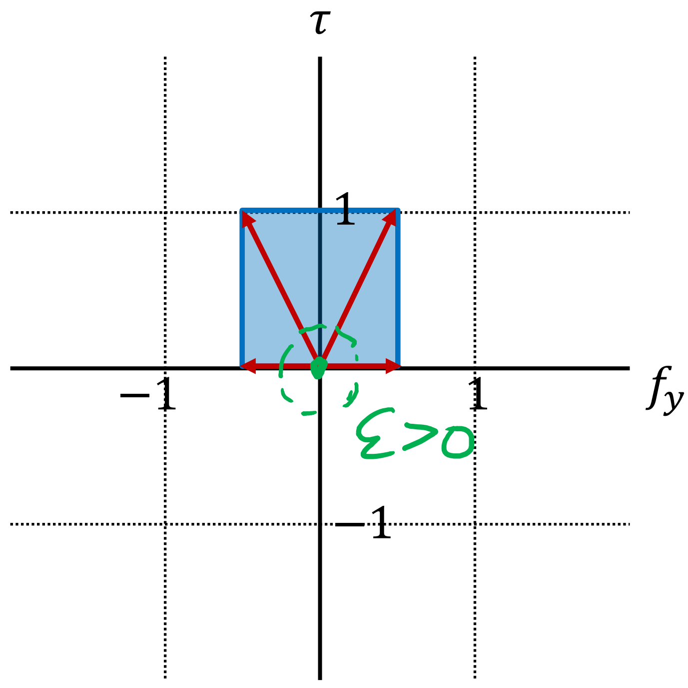
- Wrenches als Vektoren einzeichnen

- Konvexe Hülle der Wrenches: $\mathrm{conv}(G')$



Aufgabe 3.2: Kraftgeschlossenheit

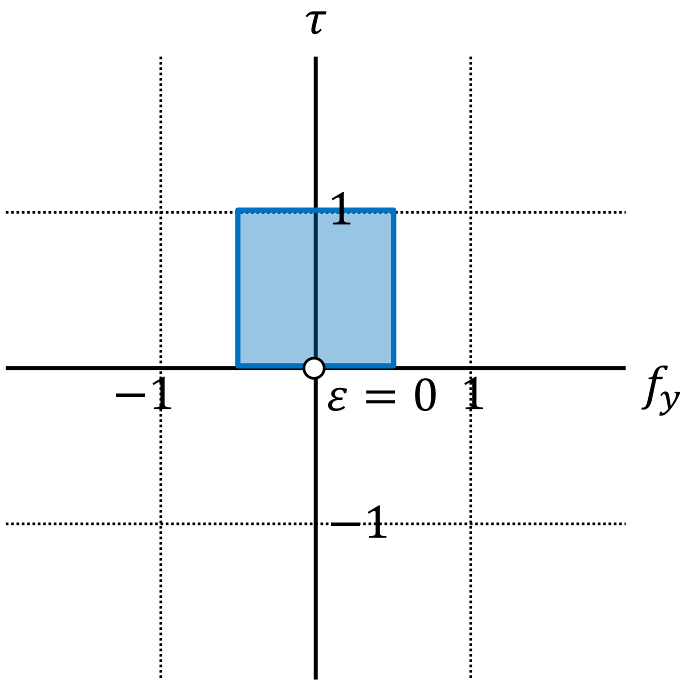
- Wrenches als Vektoren einzeichnen
- Konvexe Hülle der Wrenches: $\mathrm{conv}(G')$



nicht kraftgeschlossen

Aufgabe 3.2: Kraftgeschlossenheit

- Wrenches als Vektoren einzeichnen
- Konvexe Hülle der Wrenches: $\mathrm{conv}(G')$
- Wenn die konvexe Hülle der Wrenches den **Ursprung** mit einem minimalen Abstand $\varepsilon > 0$ zum Rand enthält, dann ist der Griff kraftgeschlossen.

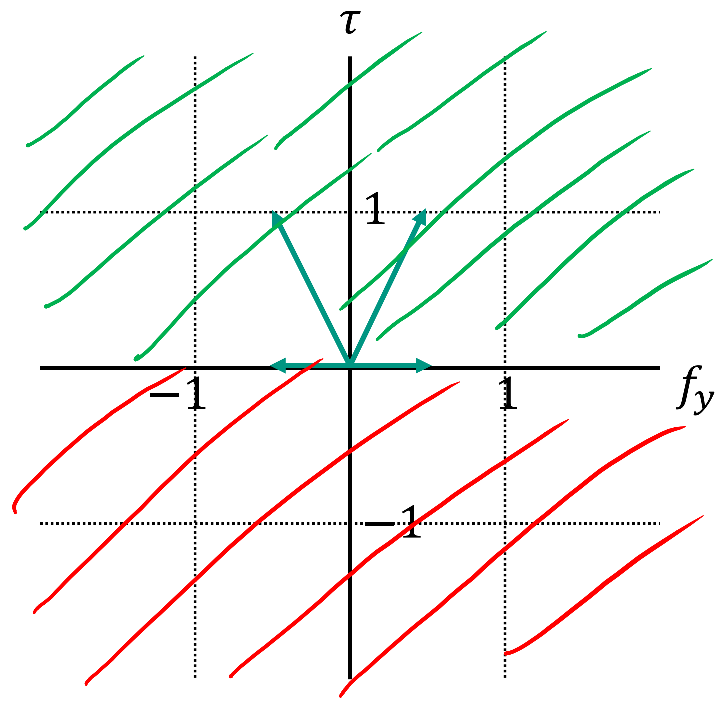


Aufgabe 3.2: Kraftgeschlossenheit (Alternativ)

- Was ist $\mathrm{pos}(G')$?

$$\mathrm{pos}(G') = \left\{ \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ \tau \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; \tau > 0 \right\}$$

$$\neq \mathbb{R}^3$$

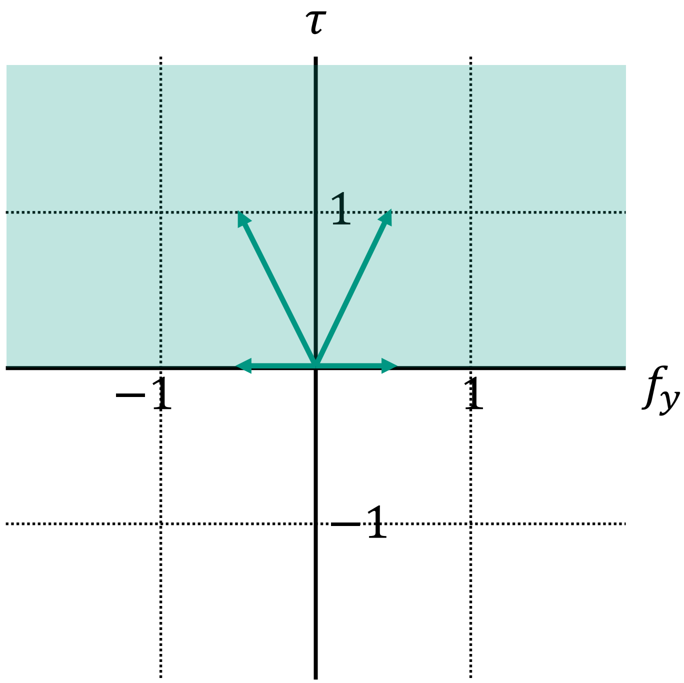


G' kann keine $\tau < 0$

Aufgabe 3.2: Kraftgeschlossenheit (Alternativ)

- Was ist $\text{pos}(G')$?

$$\text{pos}(G') = \left\{ \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ \tau \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; \tau \geq 0 \right\} \neq \mathbb{R}^3$$

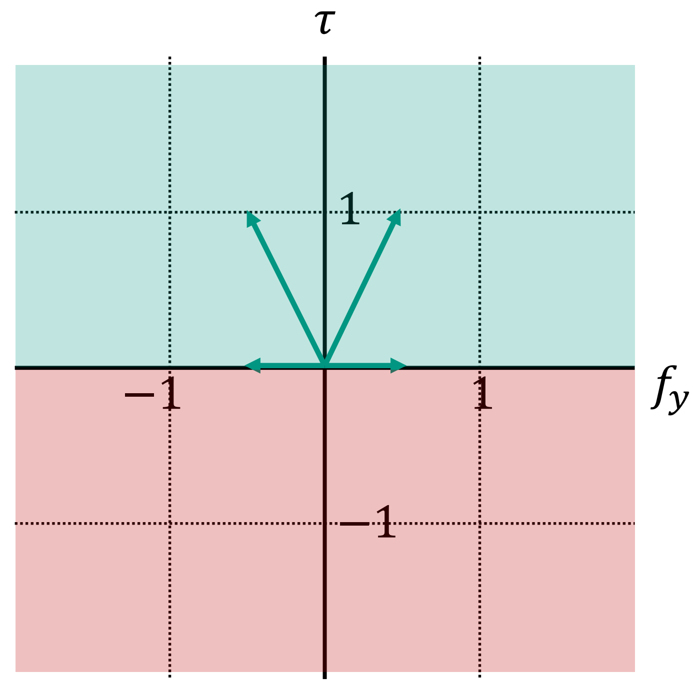


Aufgabe 3.2: Kraftgeschlossenheit (Alternativ)

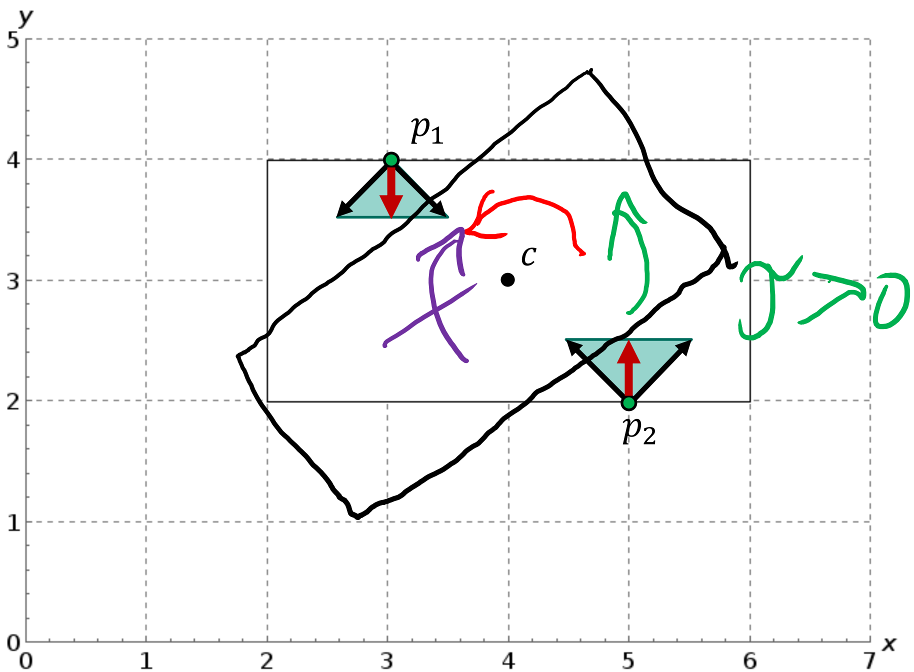
- Was ist $\mathrm{pos}(G')$?

$$\mathrm{pos}(G') = \left\{ \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ \tau \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; \tau \geq 0 \right\} \neq \mathbb{R}^3$$

- Der Griff kann kein Drehmoment $\tau < 0$ erzeugen

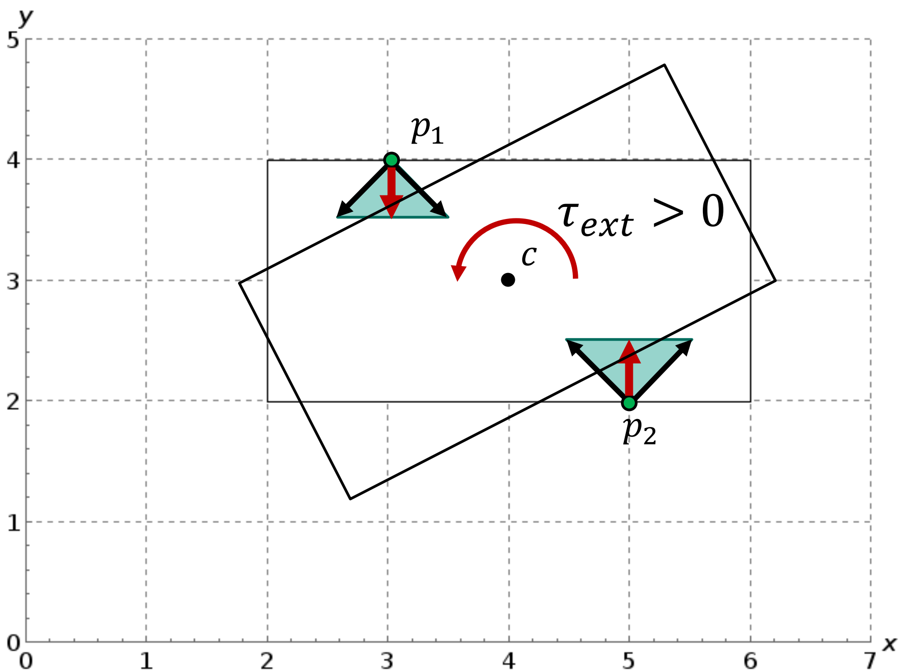


Aufgabe 3.2: Kraftgeschlossenheit



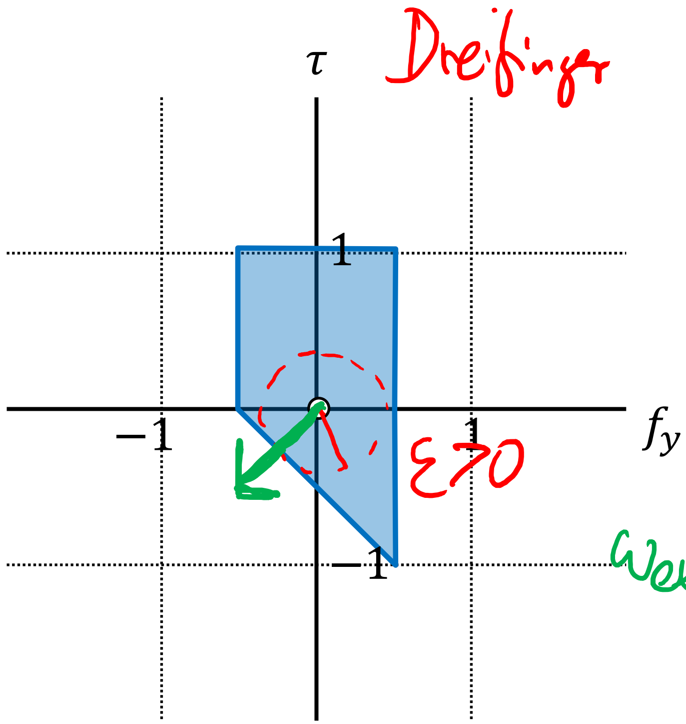
$J_{ext} > 0$

Aufgabe 3.2: Kraftgeschlossenheit

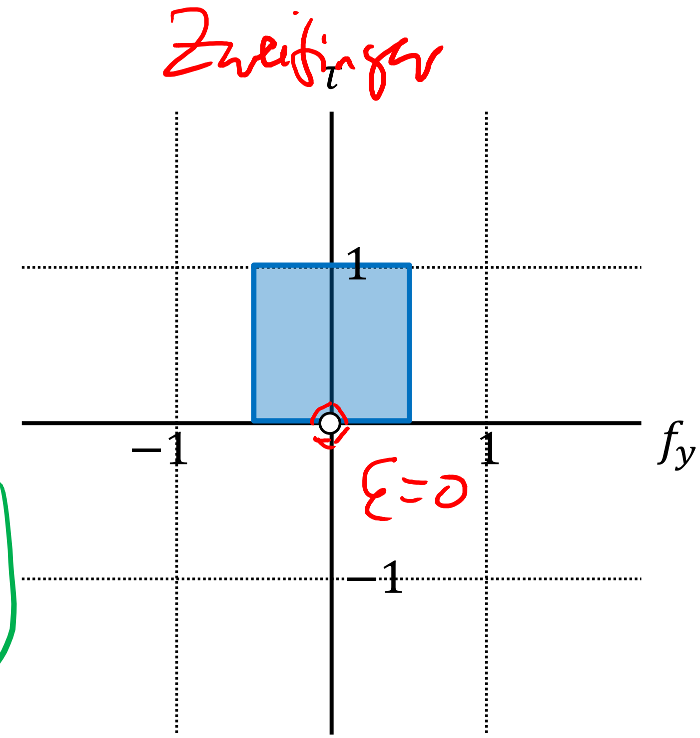


- Der Griff kann kein Drehmoment $\tau < 0$ erzeugen
- Der Griff kann keinem externen Drehmoment $\tau_{ext} > 0$ widerstehen

Aufgabe 3.3: ε-Metrik



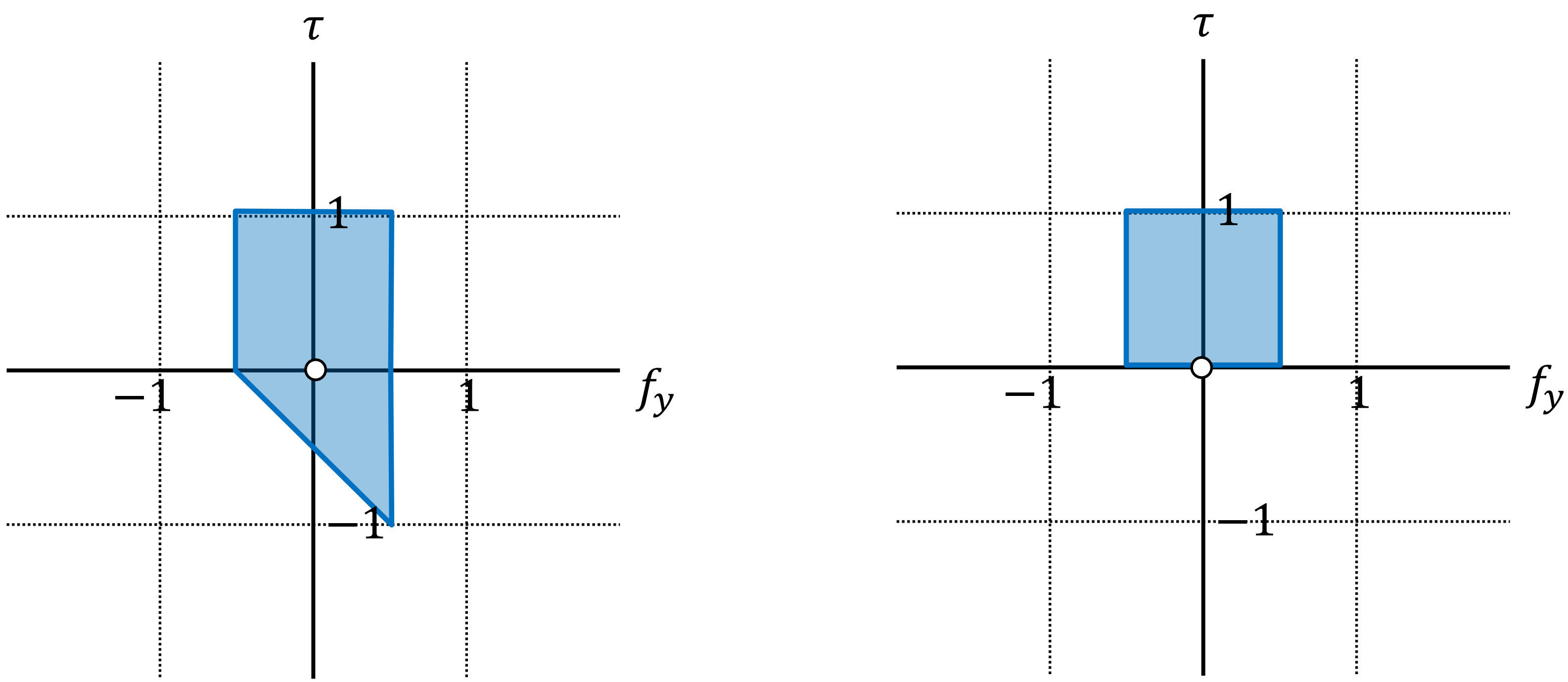
$w_{ext} = \begin{pmatrix} 0 \\ f_y \\ \tau \end{pmatrix}$



ε-Metrik:

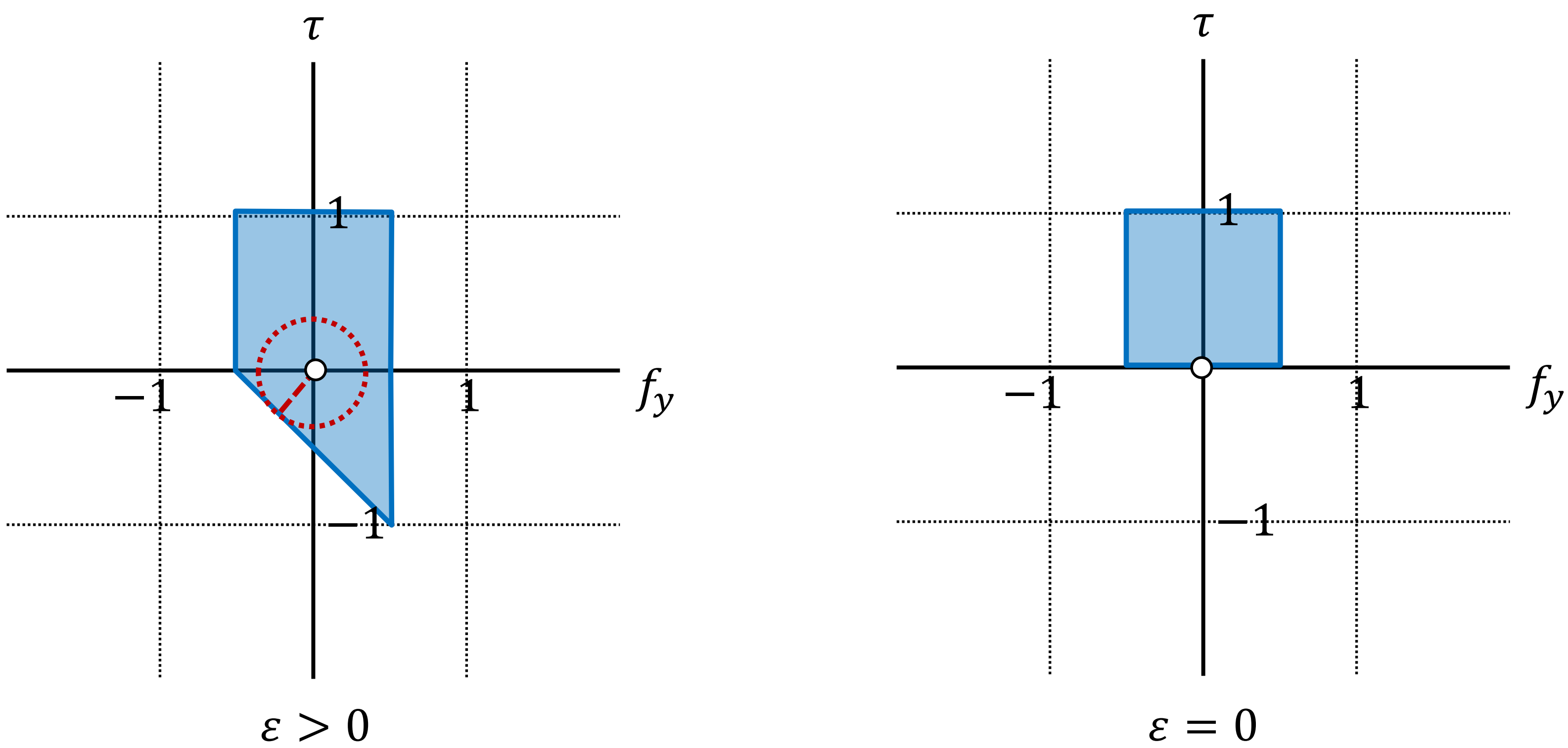
1. Kontakt-Wrenches w
2. GWS bestimmen
3. Größten Kugel berechnen Radius $= \varepsilon$

Aufgabe 3.3: ε-Metrik



1. Wrenches an Kontaktpunkten bestimmen
2. Konvexe Hülle der Wrenches bestimmen (Grasp Wrench Space)
3. Minimalen Abstand des Ursprungs zum Rand des GWS bestimmen

Aufgabe 3.3: ε-Metrik

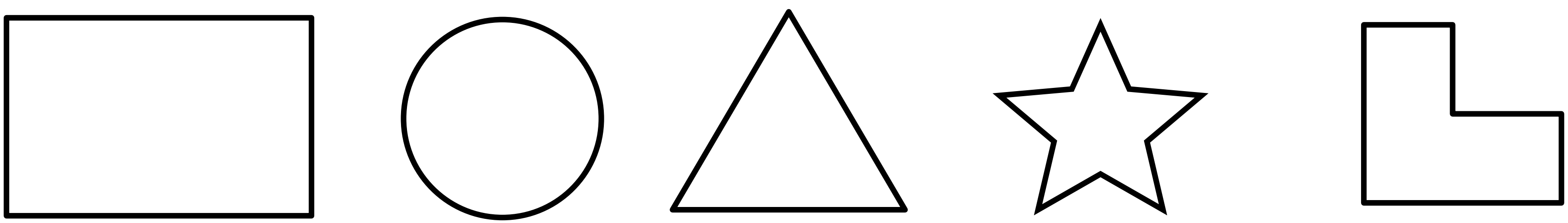


1. Wrenches an Kontaktpunkten bestimmen
2. Konvexe Hülle der Wrenches bestimmen (Grasp Wrench Space)
3. Minimalen Abstand des Ursprungs zum Rand des GWS bestimmen

Aufgabe 4: Mediale Achsen

- Eine **mediale Achse** eines 2D-Gebiets $G \subset \mathbb{R}^2$ ist die Menge der Zentren der **maximalen Kreise** in G.
- Ein Kreis K ist maximal in G, wenn
  - $\mathrm{K} \subseteq G$ und ← 1. Kreis in Gebiet
  - $\neg \exists K' : K \subset K' \subseteq G$ ← 2. Es gibt keine größeren Kreis

- Zeichnen Sie die medialen Achsen der Gebiete $G_1, \ldots, G_5$.



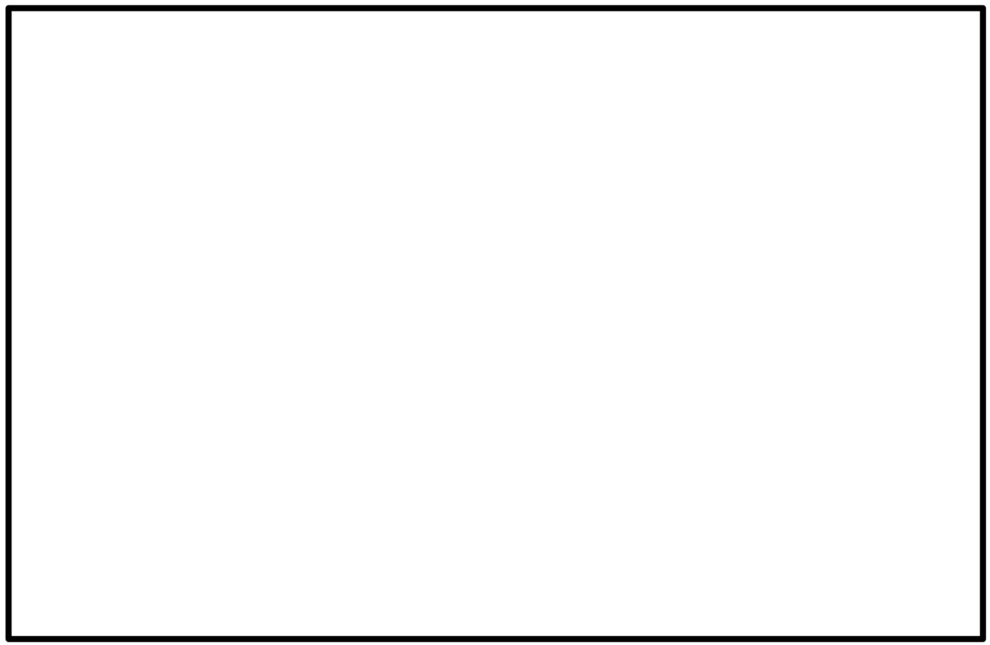
G_1 G_2 G_3 G_4 G_5

Griffplanung mit medialen Achsen

- Mediale Achse [Blum67]
  - Objektform wird approximiert über **enthaltene Kugeln** mit maximalem Durchmesser
  - Enthaltene Kugeln müssen die Objekthülle an zwei oder mehr Punkten berühren
- **Die mediale Achse ist die Vereinigung der Mittelpunkte aller enthaltenen Kugeln**
- Die mediale Achse beschreibt das **topologische Skelett** des Objekts
- Vorteile:
  - Gute Approximation der Objektgeometrie
  - Details bleiben erhalten
  - Gute Beschreibung der Symmetrien

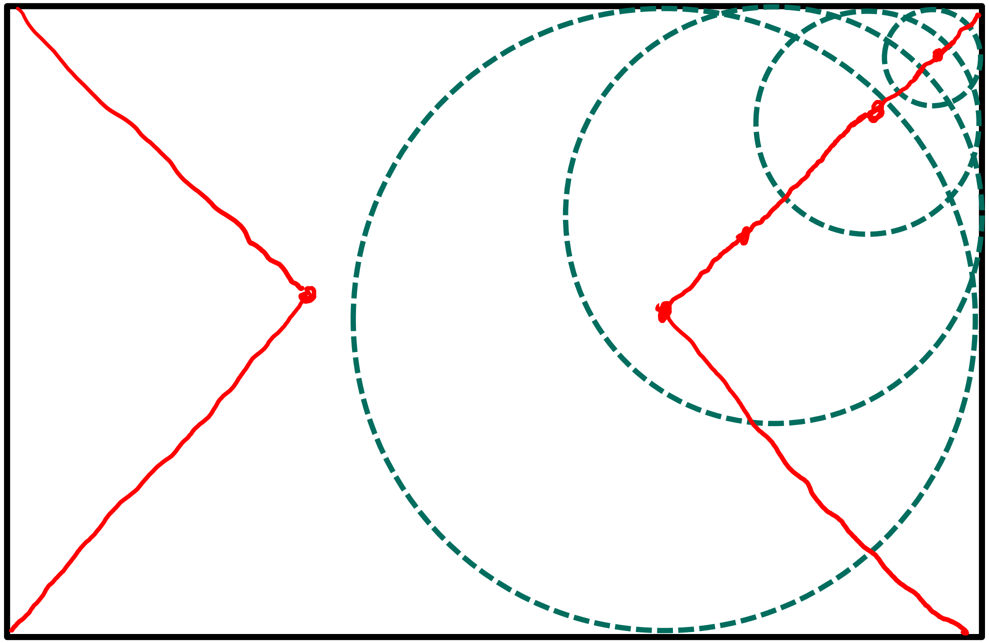
*H. Blum, **Models for the Perception of Speech and Visual Form**. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1967, A transformation for extracting new descriptors of shape, pp. 362–380.*

Aufgabe 4: Mediale Achsen (1)



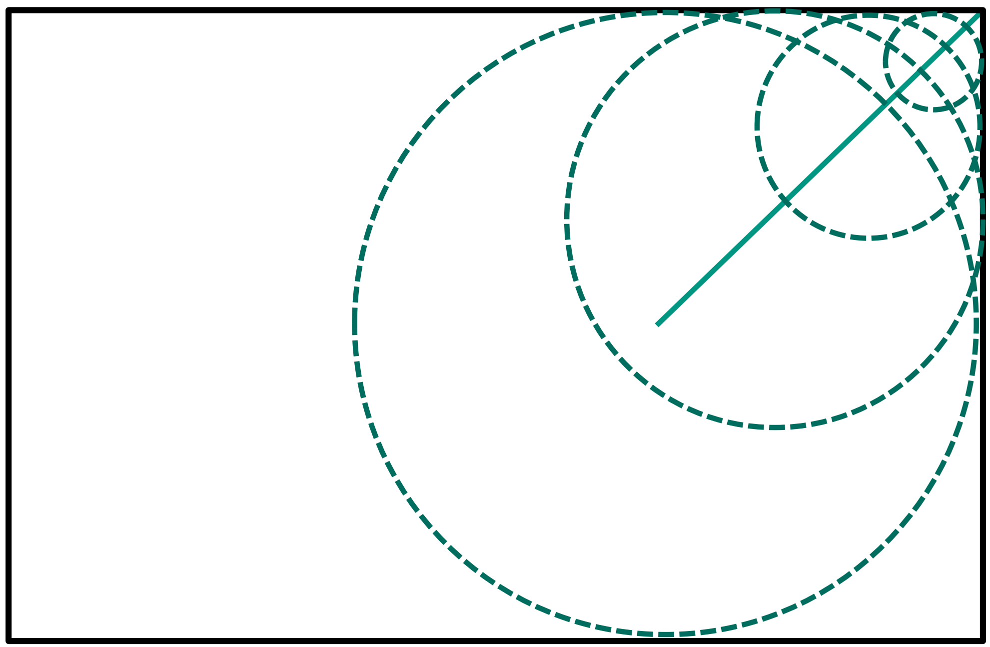
G_1

Aufgabe 4: Mediale Achsen (1)



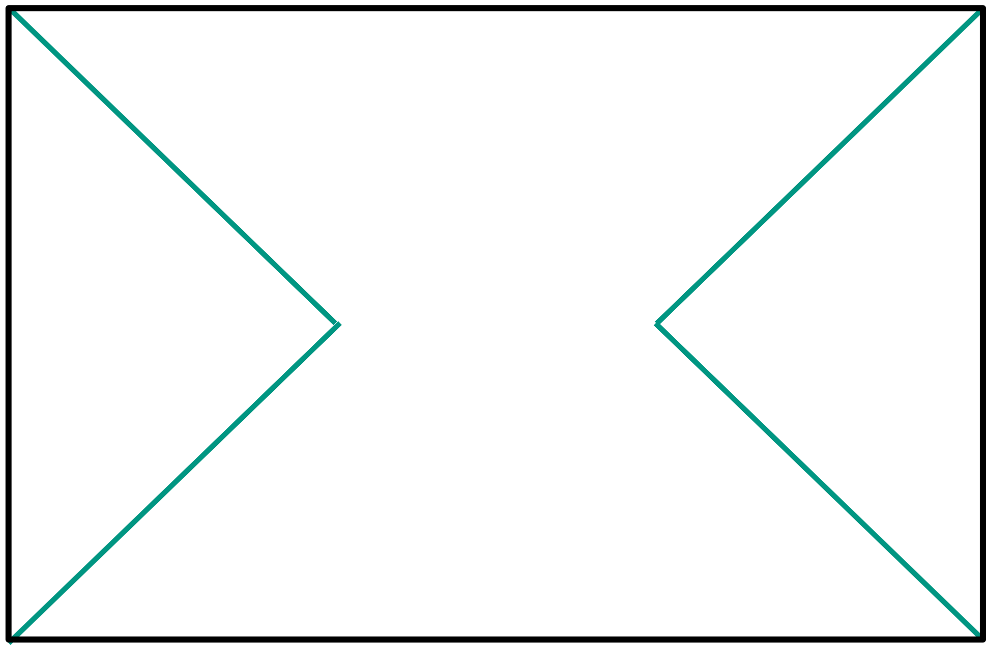
G_1

Aufgabe 4: Mediale Achsen (1)



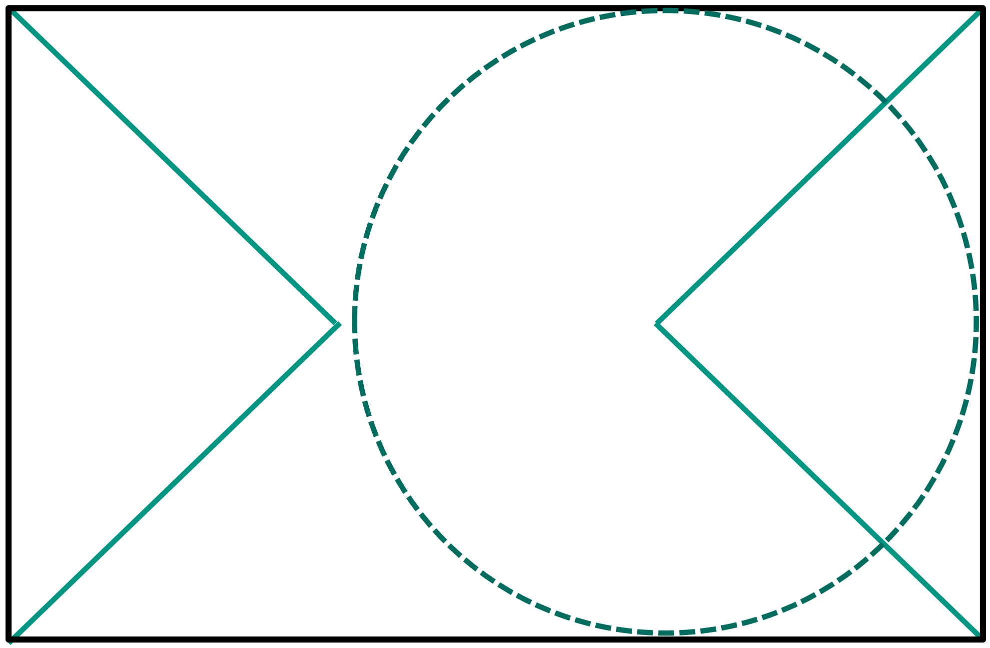
G_1

Aufgabe 4: Mediale Achsen (1)



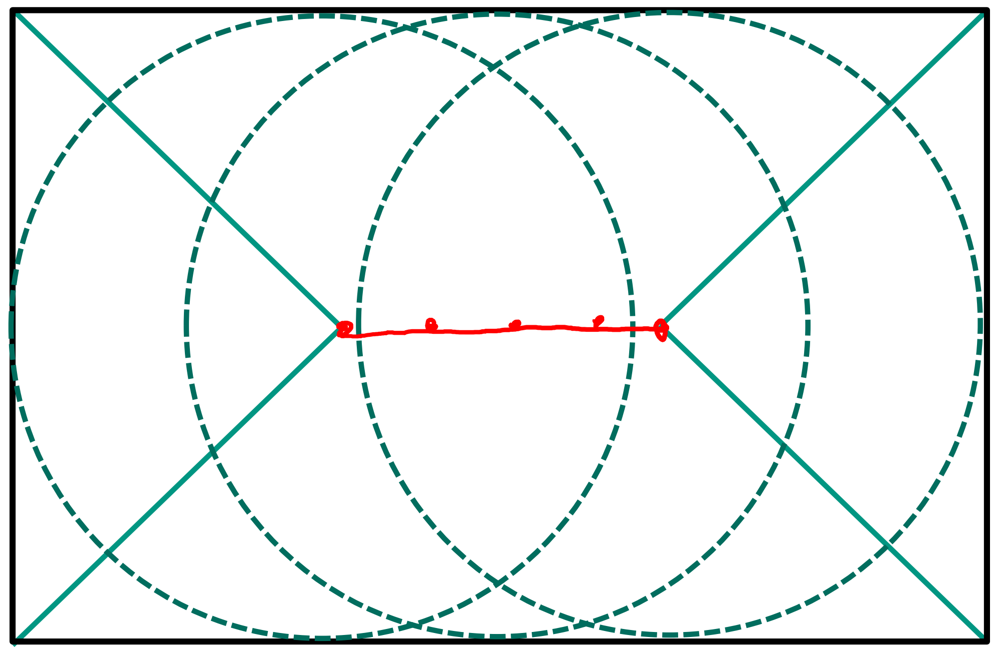
G_1

Aufgabe 4: Mediale Achsen (1)



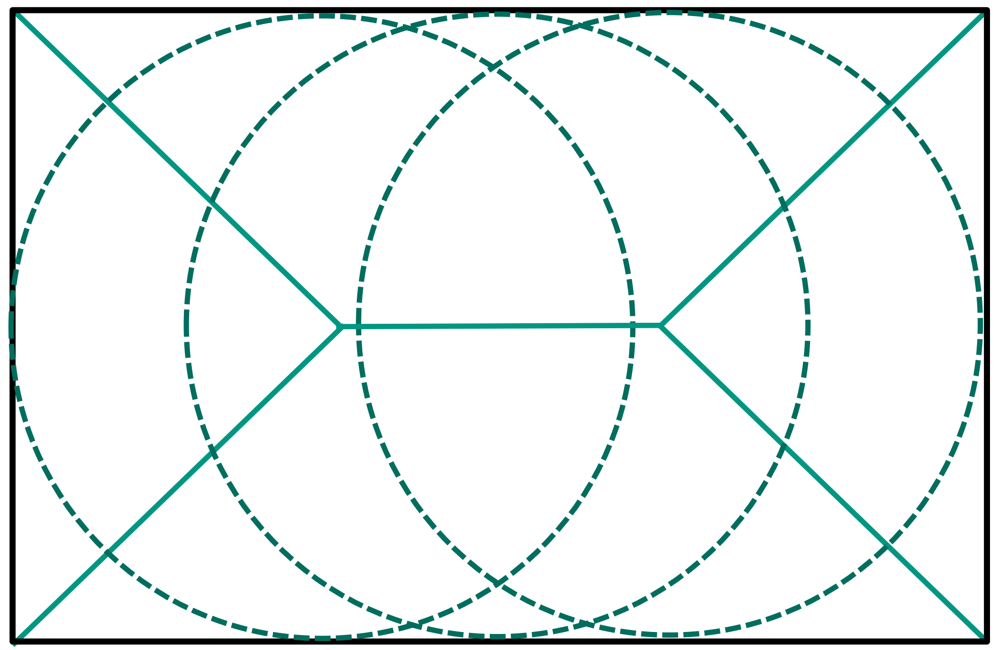
G_1

Aufgabe 4: Mediale Achsen (1)



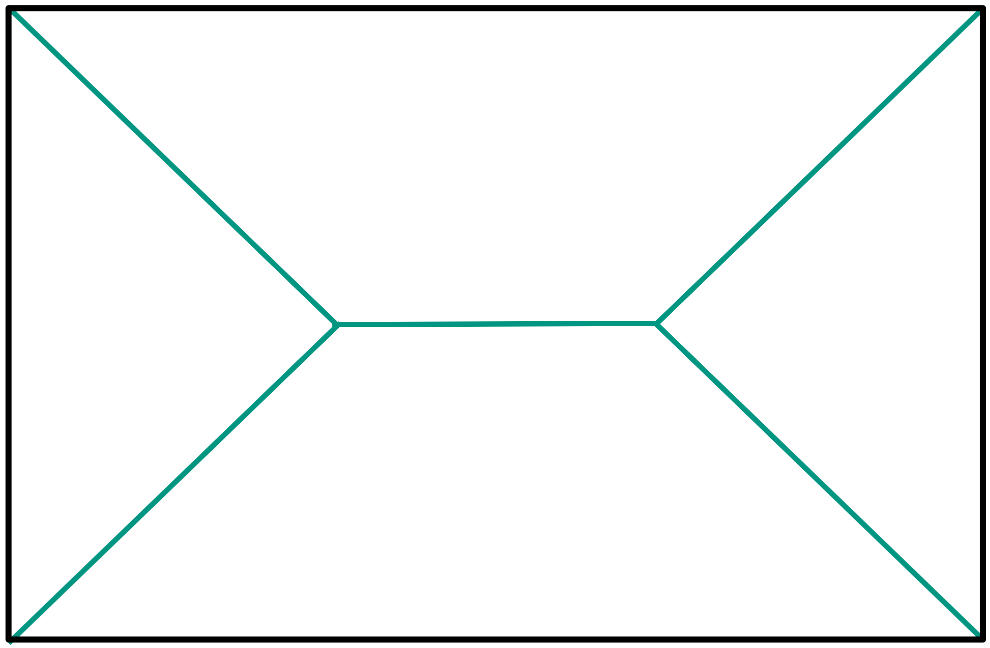
G_1

Aufgabe 4: Mediale Achsen (1)



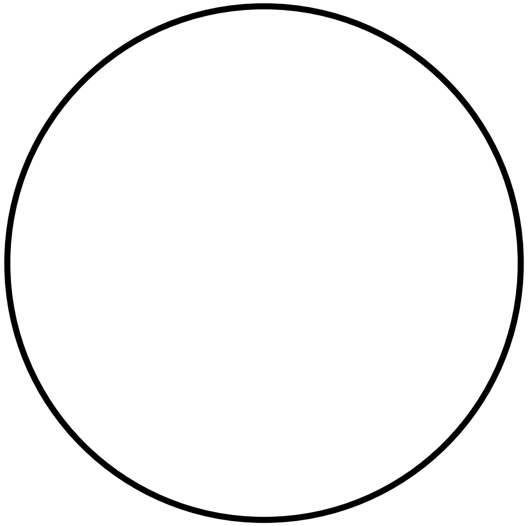
G_1

Aufgabe 4: Mediale Achsen (1)



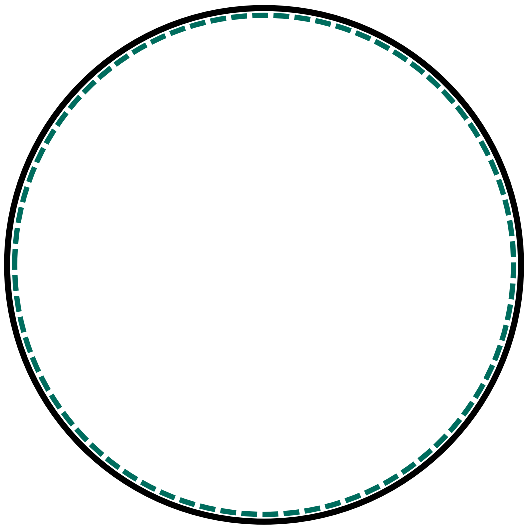
G_1

Aufgabe 4: Mediale Achsen (2)



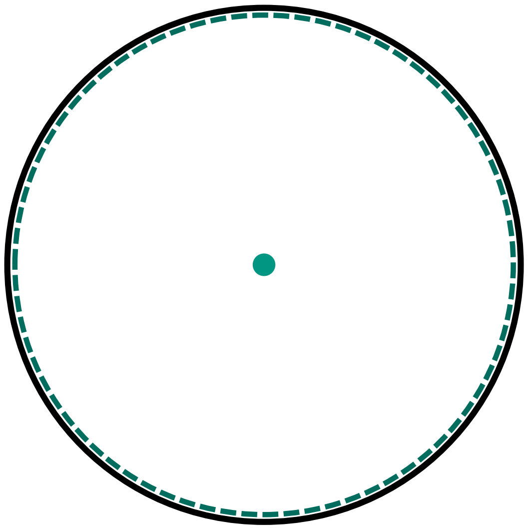
G_2

Aufgabe 4: Mediale Achsen (2)



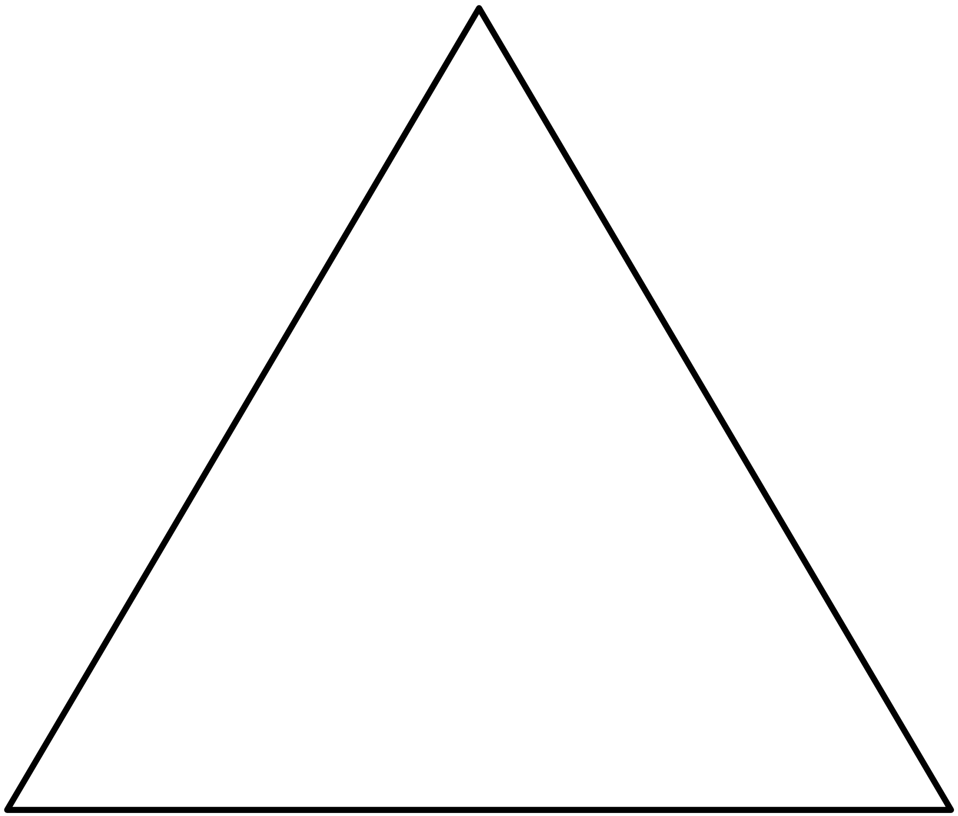
G_2

Aufgabe 4: Mediale Achsen (2)



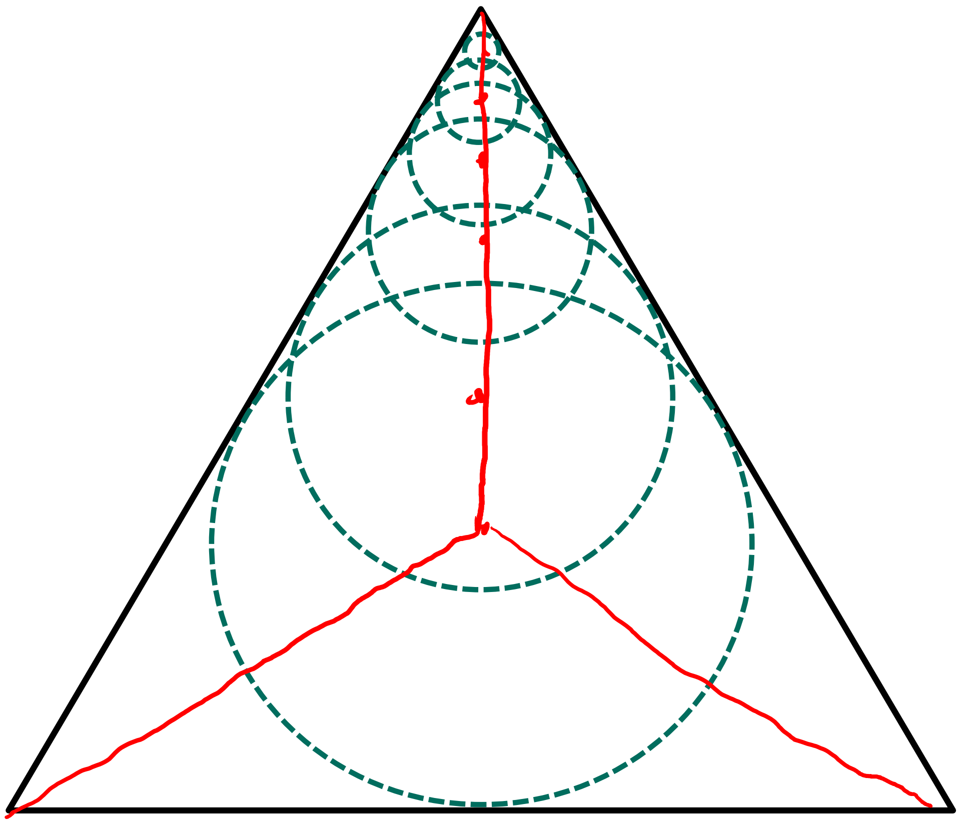
G_2

Aufgabe 4: Mediale Achsen (3)



G_3

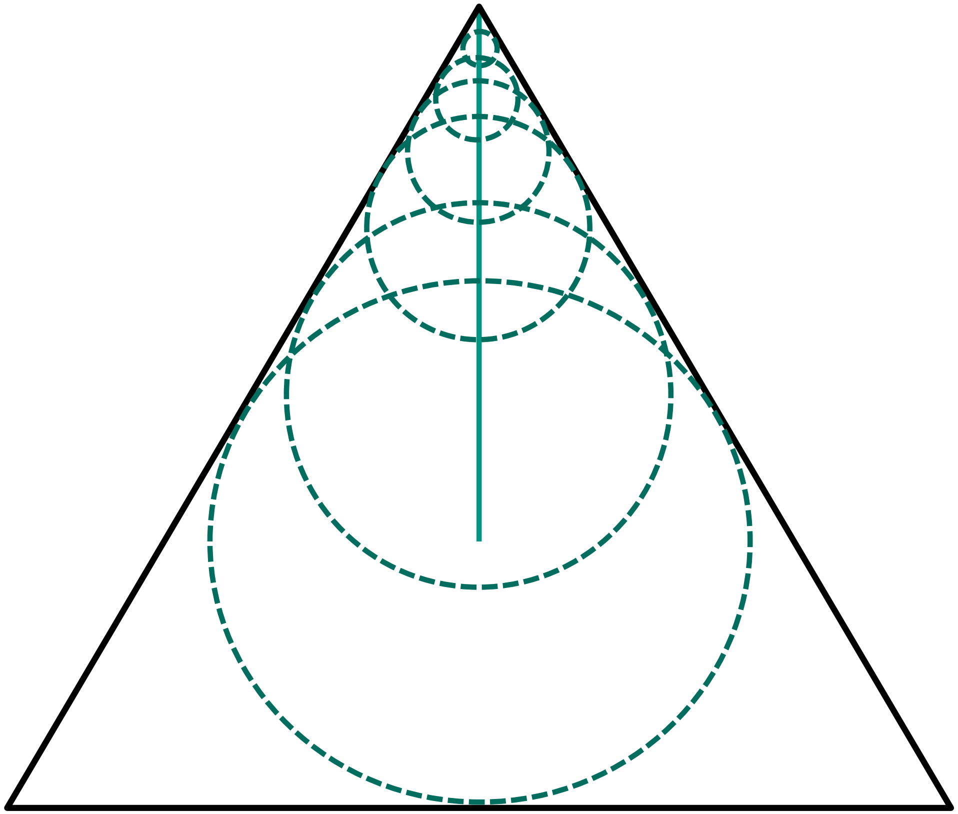
Aufgabe 4: Mediale Achsen (3)



G_3

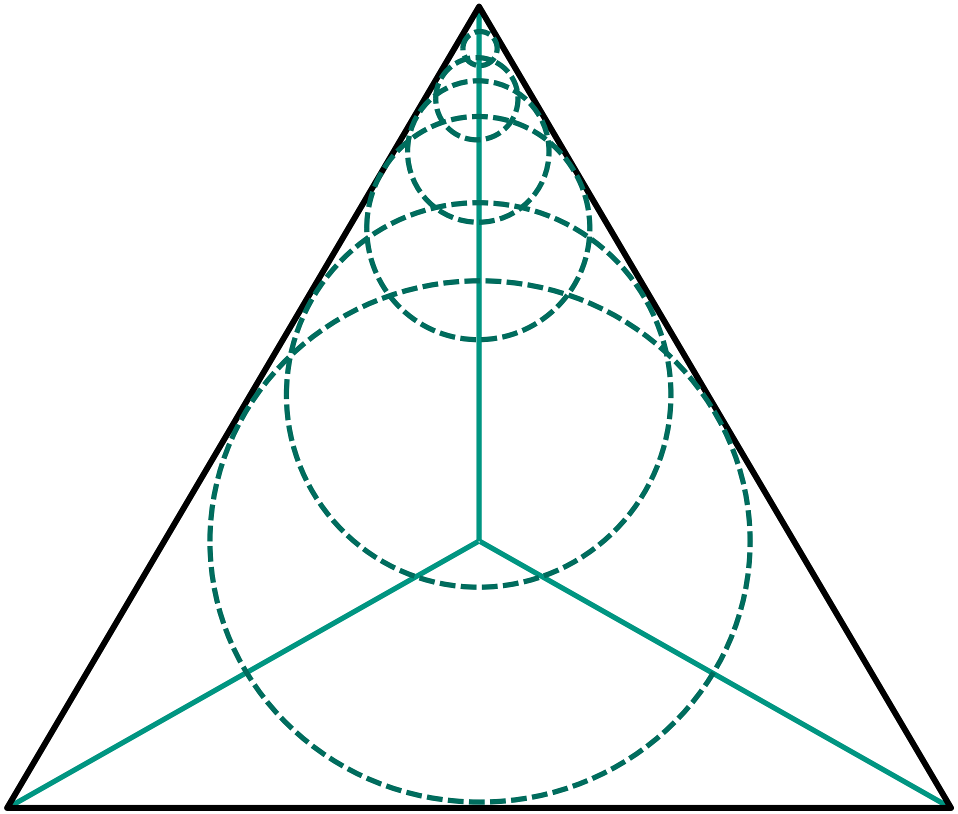
Aufgabe 4: Mediale Achsen (3)

Karlsruhe Institute of Technology



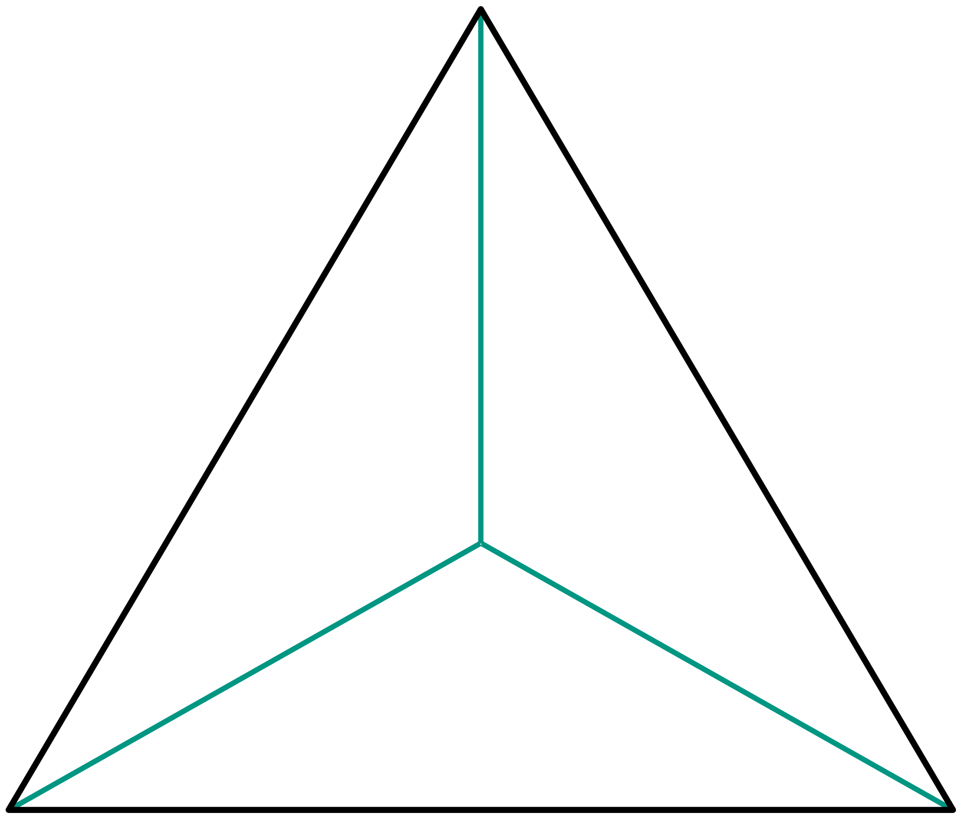
G_3

Aufgabe 4: Mediale Achsen (3)



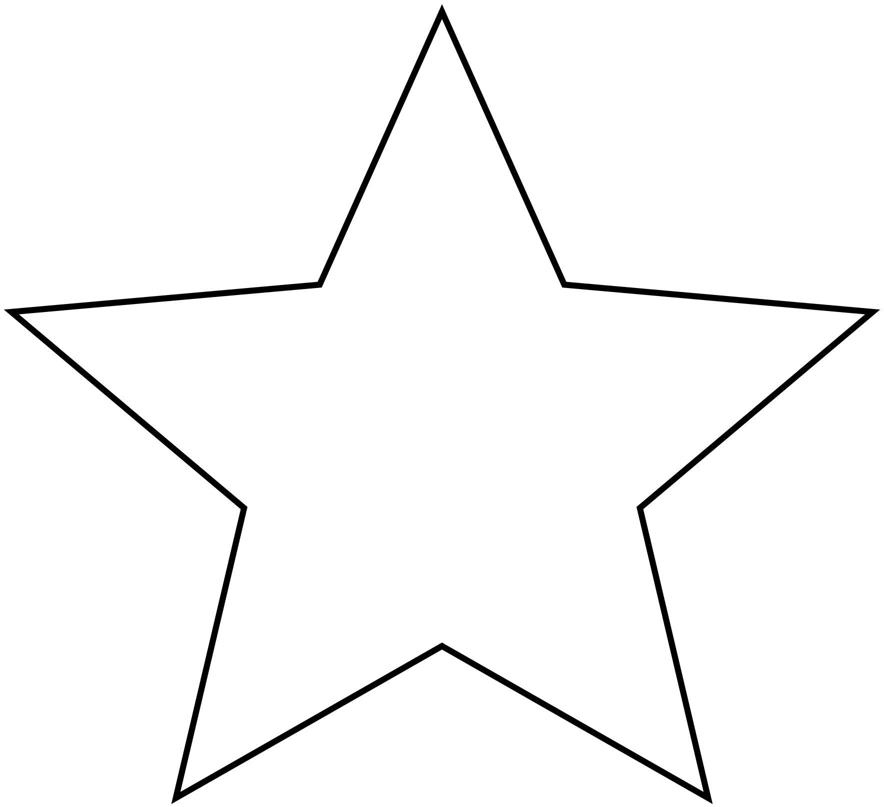
G_3

Aufgabe 4: Mediale Achsen (3)

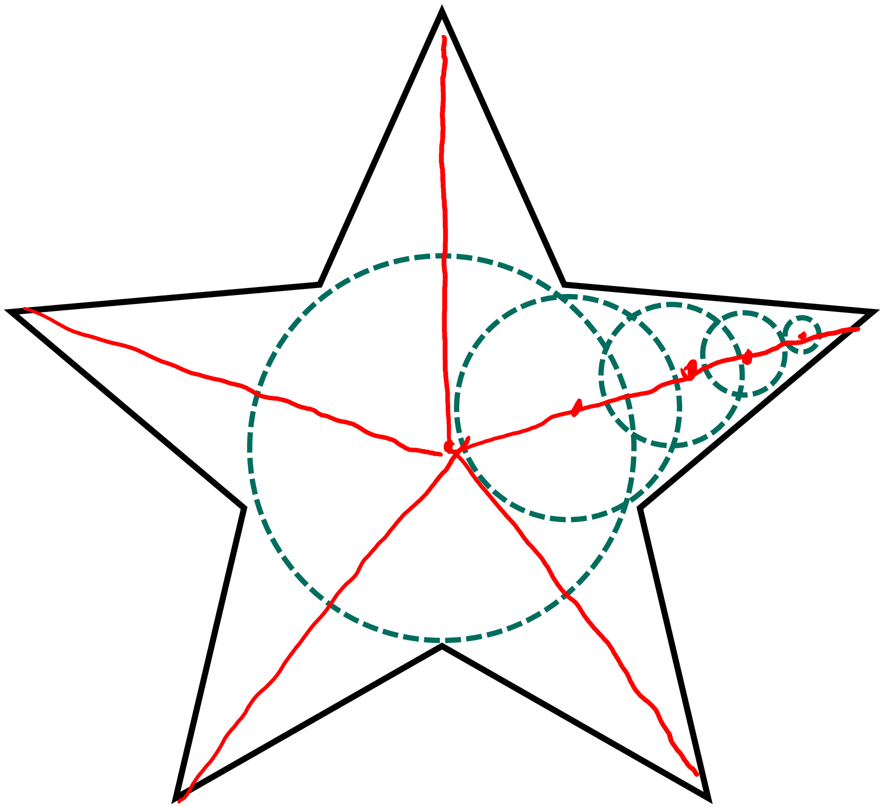


G_3

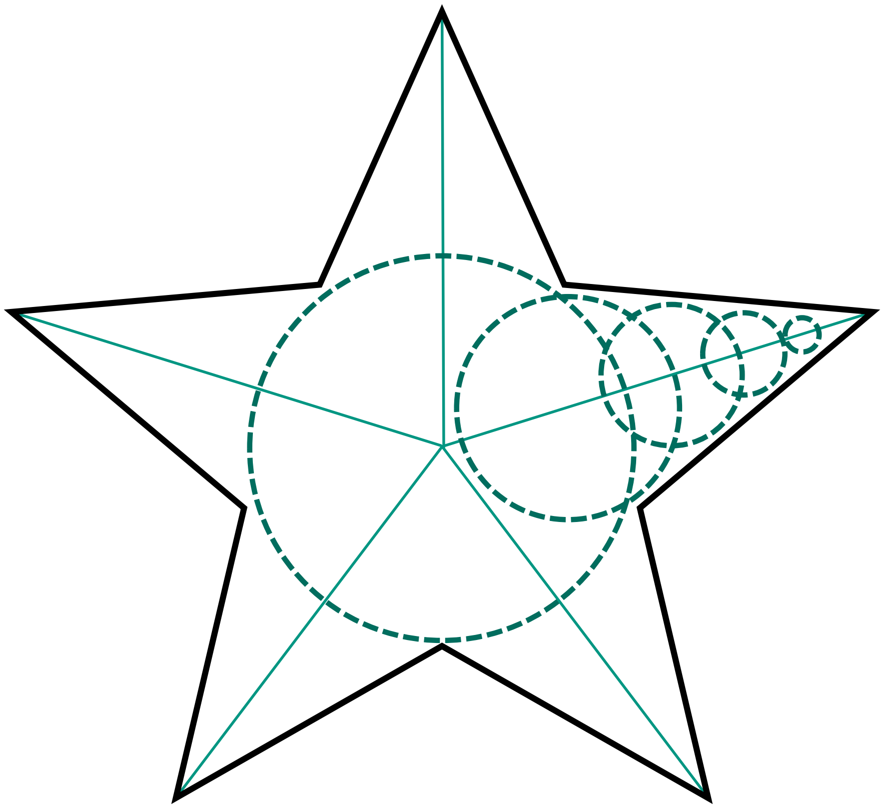
Aufgabe 4: Mediale Achsen (4)



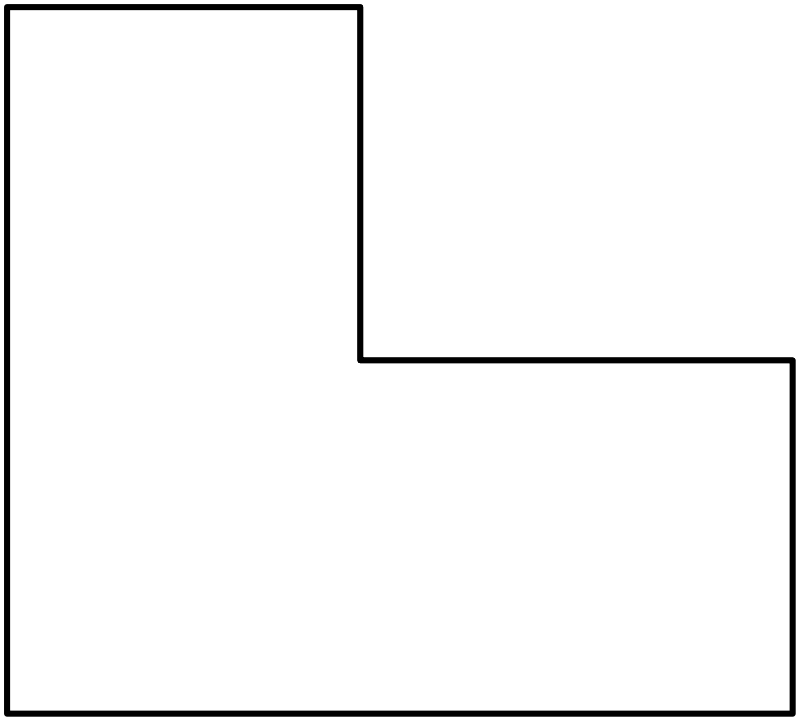
Aufgabe 4: Mediale Achsen (4)



Aufgabe 4: Mediale Achsen (4)

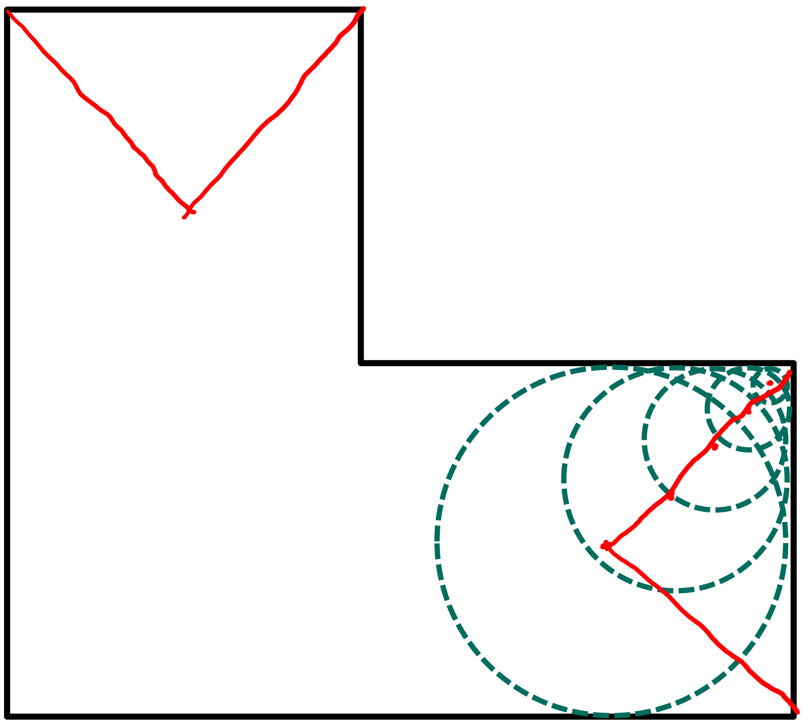


Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)



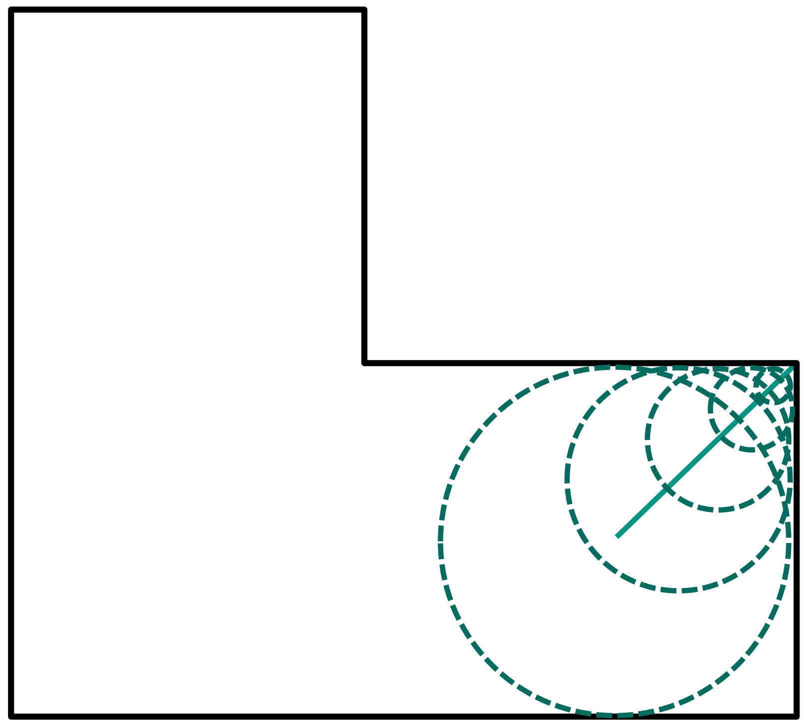
G_5

Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)



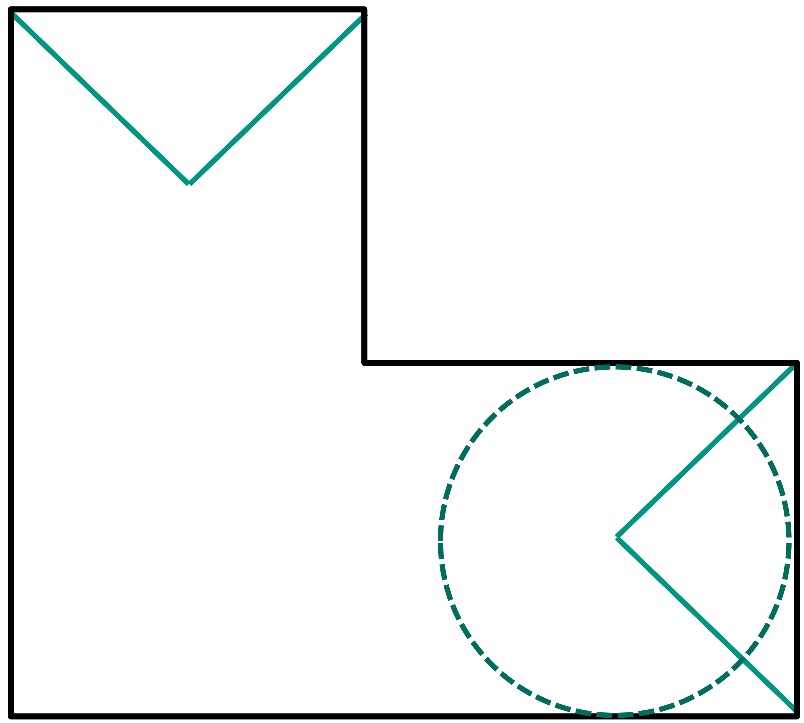
G_5

Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)



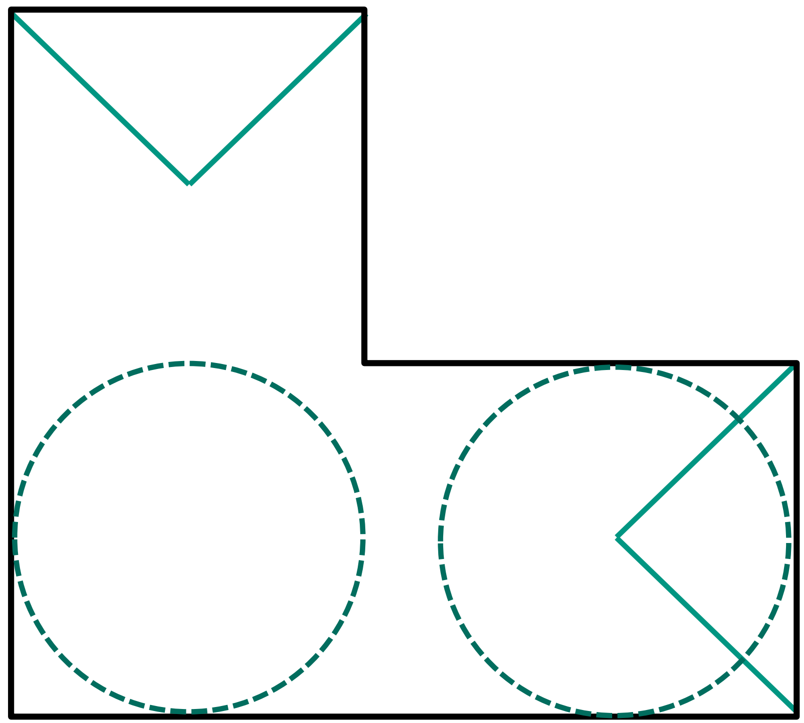
G_5

Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)



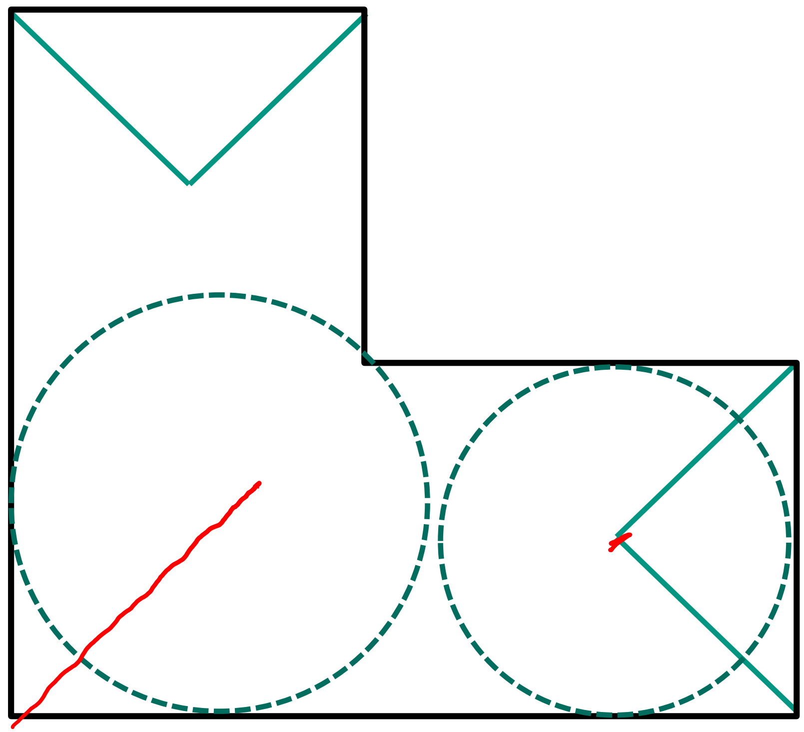
G_5

Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)



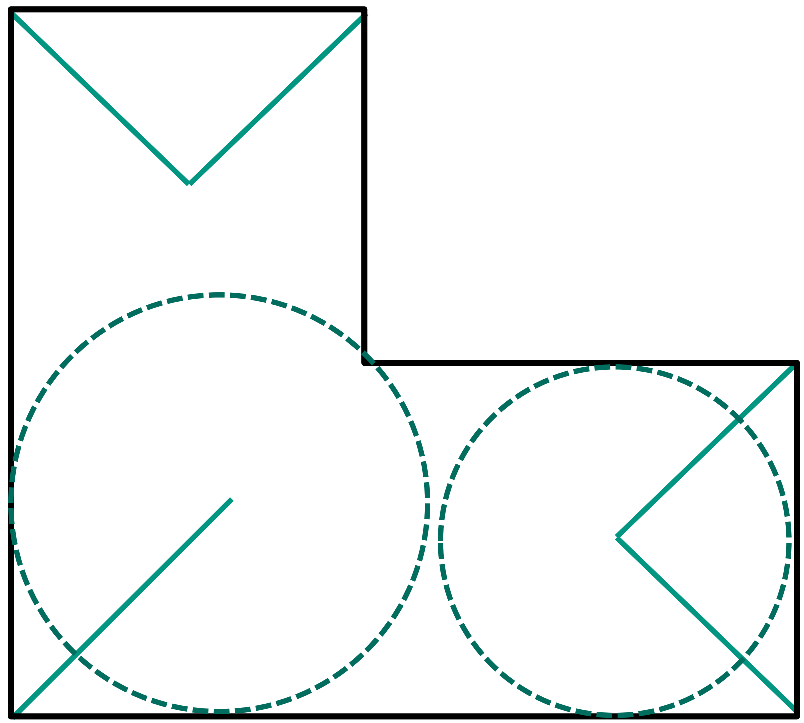
G_5

Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)



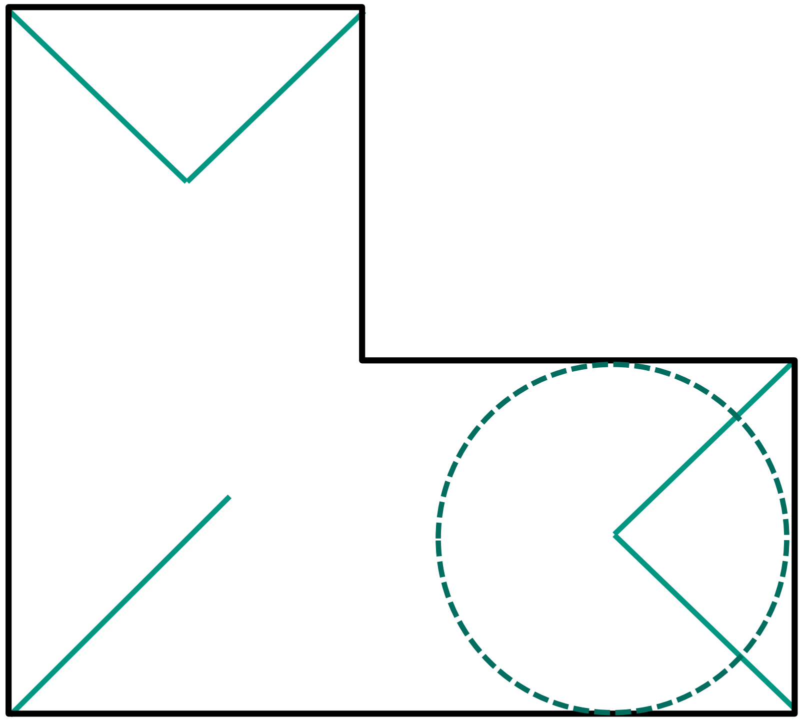
G_5

Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)



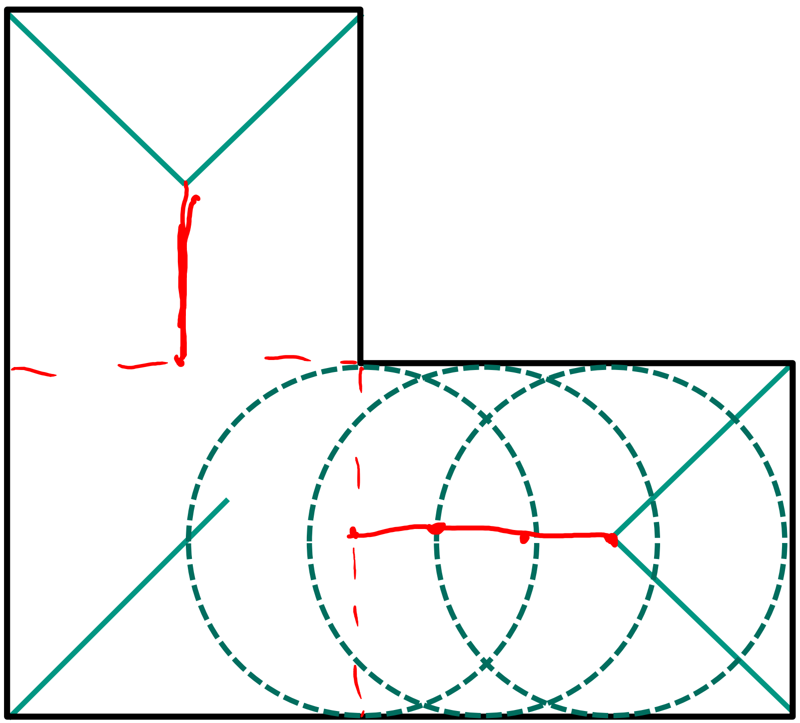
G_5

Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)



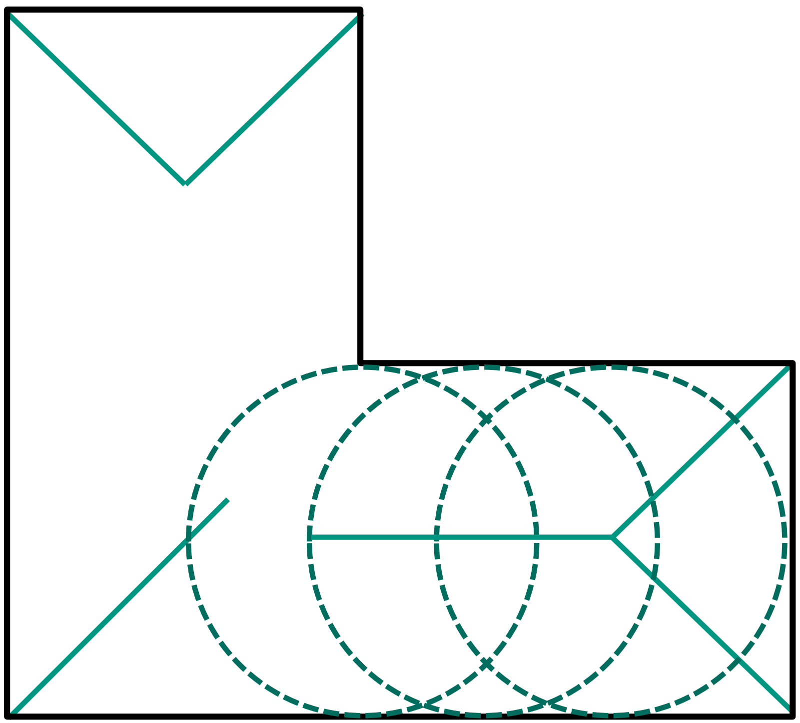
G_5

Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)



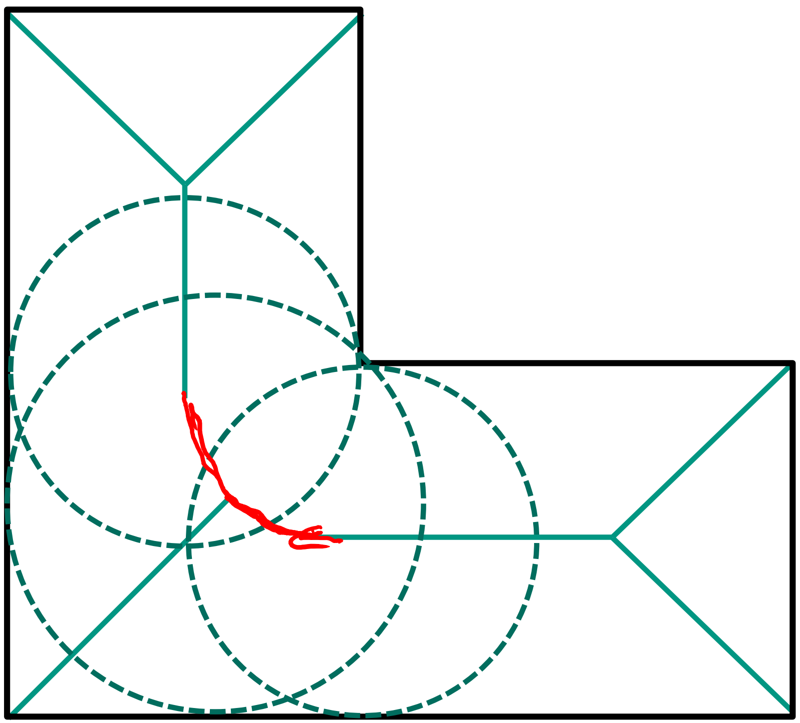
G_5

Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)



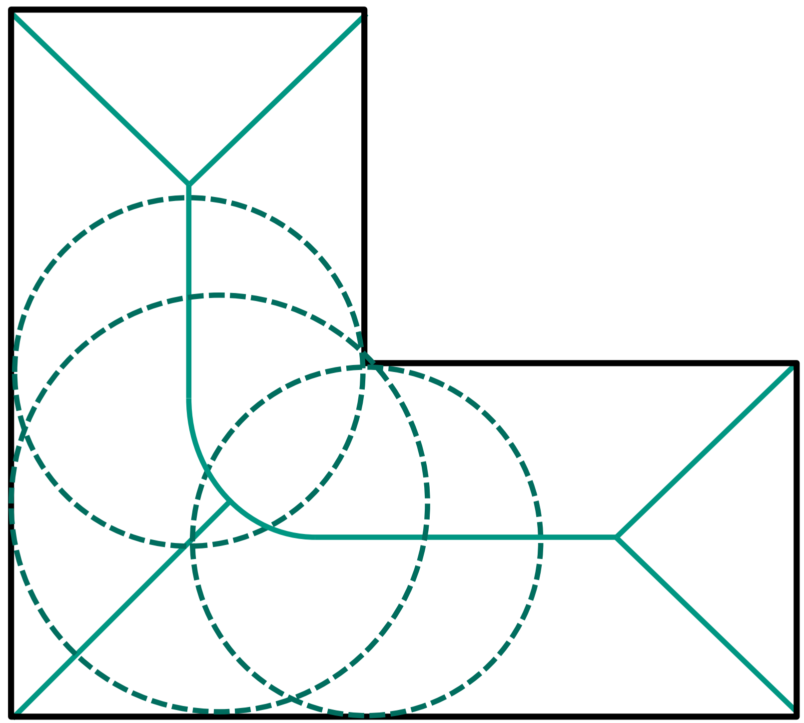
G_5

Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)



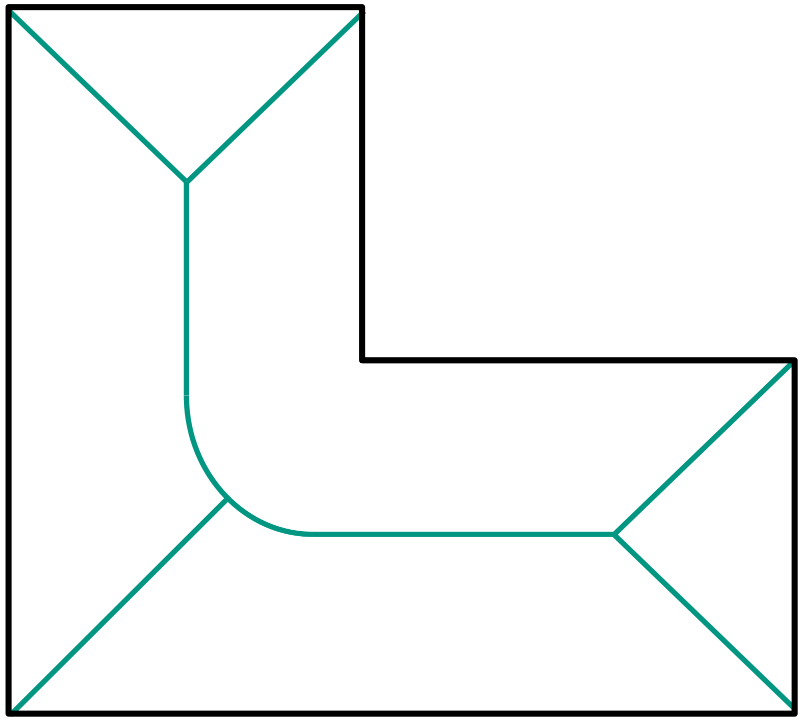
G_5

Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)



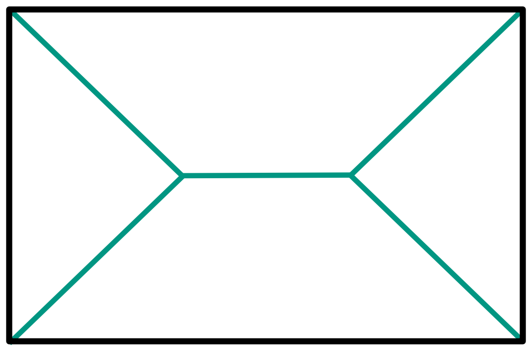
G_5

Aufgabe 4: Mediale Achsen (5)

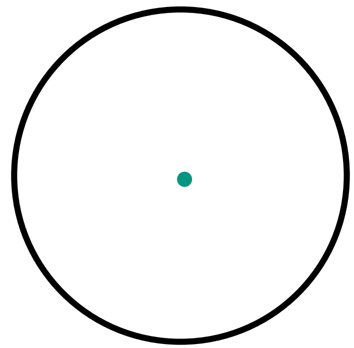


G_5

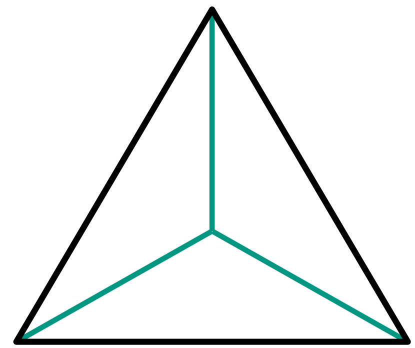
Aufgabe 4: Mediale Achsen



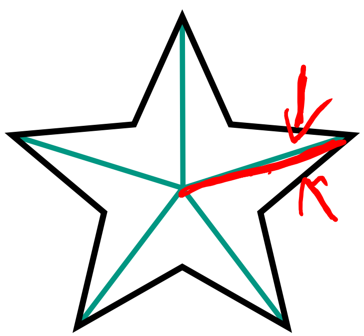
G_1



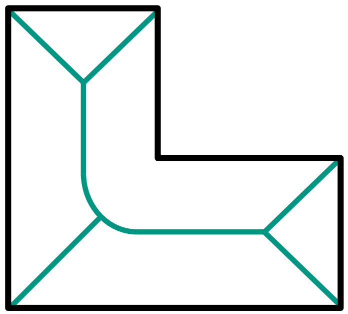
G_2



G_3



G_4



G_5

Hinweis: Letzte Vorlesung im Jahr fällt aus

- Die Vorlesung am

  Donnerstag, den 21.12.2017

  fällt aus.

- Die erste Vorlesung im neuen Jahr findet am

  Montag, den 08.01.2018

  statt.